

O método das árvores semânticas

Desidério Murcho

Universidade Federal de Ouro Preto

O método das árvores semânticas permite testar a validade ou invalidade de formas argumentativas proposicionais e predicativas, sempre por redução ao absurdo. Trata-se de um método semântico, como os inspetores de circunstâncias, e não sintático, como as derivações.

Dada qualquer forma argumentativa composta por um número finito de premissas e conclusão, P_1, \dots, P_n, C , o método das árvores semânticas procede do seguinte modo. Dispõem-se todas as premissas do raciocínio em forma de lista, acrescentando-se a negação da conclusão:

$$\begin{array}{c}
 P_1 \\
 \vdots \\
 P_n \\
 \neg C
 \end{array}$$

Agora manipula-se todas as formas proposicionais, usando as regras, até se reduzir todas a fórmulas atômicas (ou a negações de fórmulas atômicas) ou até se *fechar* a árvore. Um ramo da árvore considera-se fechado se, e só se, há contradições do tipo $A \wedge \neg A$ no seu percurso. A forma argumentativa original é válida se, e só se, todos os ramos da árvore fecham. No caso em que se esgotam todas as formas proposicionais sem conseguir fechar todos os ramos, a forma argumentativa não é válida.

Regras de lógica proposicional

Negação dupla

$$\begin{array}{c}
 \neg\neg A \\
 | \\
 A
 \end{array}$$

Conjunção

$$\begin{array}{c}
 A \wedge B \\
 | \\
 A \\
 B
 \end{array}$$

De Morgan \vee

$$\begin{array}{c}
 \neg(A \vee B) \\
 | \\
 \neg A \\
 \neg B
 \end{array}$$

Negação da condicional

$$\begin{array}{c}
 \neg(A \rightarrow B) \\
 | \\
 A \\
 \neg B
 \end{array}$$

Disjunção

$$\begin{array}{c}
 A \vee B \\
 \wedge \\
 A \quad B
 \end{array}$$

Condicional

$$\begin{array}{c}
 A \rightarrow B \\
 \wedge \\
 \neg A \quad B
 \end{array}$$

De Morgan \wedge

$$\begin{array}{c}
 \neg(A \wedge B) \\
 \wedge \\
 \neg A \quad \neg B
 \end{array}$$

Bicondicional

$$\begin{array}{c}
 A \Leftrightarrow B \\
 \wedge \\
 A \quad \neg A \\
 B \quad \neg B
 \end{array}$$

Negação da bicondicional

$$\begin{array}{c}
 \neg(A \Leftrightarrow B) \\
 \wedge \\
 A \quad \neg A \\
 \neg B \quad B
 \end{array}$$