

Lógica I

Universidade Federal de Ouro Preto

Introdução à Lógica: Exercícios Resolvidos

Por Fernanda Belo Gontijo

Professor Desidério Murcho

EXERCÍCIOS – P. 31

1. Explique a noção de forma lógica.

A forma lógica é o tipo de estrutura que permite determinar a validade de alguns tipos de argumentos.

2. Defina “lógica formal”.

A lógica formal é a parte da lógica que investiga a validade ou invalidade de um argumento dedutivo analisando a sua forma lógica.

3. Assinale o valor de verdade das seguintes afirmações:

- a) **Os argumentos que têm uma forma válida são válidos.**
VERDADEIRO.

- b) **Os argumentos que têm uma forma inválida são inválidos.** FALSO.

EXERCÍCIOS – P. 33

1. O que é uma variável proposicional? Defina e dê exemplos.

Uma variável proposicional é um símbolo (letra maiúscula) que representa lugares vazios que só podem ser ocupados por proposições.

No argumento

Se matar é errado, então o assassinato é errado.

Matar é errado.

Logo, o assassinato é errado.

Podemos substituir as duas proposições e a conclusão pelos símbolos a seguir:

$P \rightarrow Q$

P

$\models Q$

As variáveis proposicionais deste argumento são “P” e “Q”. As letras mais utilizadas são “P” e “Q”, contudo não são as únicas. Se substituirmos o argumento abaixo:

Se a casa chegou ser pintada, então é porque um dia foi construída.

A casa chegou a ser pintada.

Logo, um dia foi construída.

por

$T \rightarrow U$

T

$\models U$

as variáveis proposicionais serão as letras “T” e “U” e apesar das letras serem diferentes, tanto o primeiro quanto o segundo argumento mantêm a mesma forma lógica.

2. O que é um operador proposicional? Defina e dê exemplos.

Um operador proposicional é uma expressão que se pode acrescentar a uma proposição formando novas proposições. Ele se aplica somente a uma proposição completa, não se aplica a partes de proposições. Seguem os exemplos abaixo.

Em “José será escolhido para o time titular e João ficará no banco de reservas”, o operador proposicional é a expressão “e”, que une a primeira proposição com a segunda. Mas seria incorreto usar o operador proposicional “e” (ou qualquer outro) para unir a primeira proposição com uma parte da segunda como “banco”, de modo a formar a proposição expressa pela frase “José será escolhido para o time titular e banco”.

Na proposição expressa pela frase “Ou a vida faz sentido ou trabalhar não vale a pena” o operador proposicional é “ou” que une “A vida faz sentido” com “Trabalhar não vale a pena”. Se tentássemos unir apenas uma parte da primeira proposição como “A vida” com a segunda proposição completa para formar “Ou a vida ou trabalhar não vale a pena” também seria incorreto.

3. Assinale os operadores presentes nas proposições expressas a seguir e reescreva-as sem os operadores.

a) Aristóteles pensava que a virtude era o centro da ética.

Operador proposicional: “Aristóteles pensava que”.

“A virtude era o centro da ética.”

b) Ou Deus existe ou a Bíblia está enganada.

Operador proposicional: “Ou”

“Deus existe”; “a Bíblia está enganada”.

c) Tanto Platão como Aristóteles eram filósofos gregos.

Operador proposicional: “Tanto... como...”

“Platão era um filósofo grego.”

“Aristóteles era um filósofo grego.”

d) Não há lobisomens.

Operador proposicional: “não”

“Há lobisomens.”

1. O que é um operador proposicional verofuncional? Defina e dê exemplos.

Um operador proposicional é verofuncional quando o valor de verdade da proposição com o operador é inteiramente determinado pelo valor de verdade da proposição ou proposições sem o operador.

Em “Belo Horizonte é uma cidade e Bauru é uma cidade” o operador “e” é verofuncional porque o valor de verdade da proposição em causa é inteiramente determinado pelo valor de verdade das suas proposições componentes: é verdadeira se, e só se, ambas as proposições componentes forem verdadeiras.

Em “Necessariamente, ou o céu de dia é azul” o operador “necessariamente” não é verofuncional porque o valor de verdade da proposição completa não é inteiramente determinado pelo valor de verdade da proposição componente: sendo verdade que o céu de dia é azul, isso não determina que seja necessário que o céu de dia seja azul.

2. O que são as condições de verdade de um operador proposicional?

As condições de verdade são as circunstâncias que tornam uma proposição verdadeira ou falsa.

3. O que é uma tabela de verdade e para que serve?

Uma tabela de verdade é um dispositivo gráfico que permite exibir as condições de verdade de uma forma proposicional dada. Ela serve para mostrar em que circunstâncias uma dada forma proposicional é verdadeira ou falsa.

4. Por que razão a tabela de verdade da disjunção tem exatamente quatro filas, e não outro número qualquer?

Porque quando temos duas variáveis proposicionais ligadas por uma disjunção, há quatro condições de verdade que resultam da combinação dos dois valores de verdade possíveis (verdadeiro e falso) de P e Q, podendo ser as variáveis: ambas verdadeiras; a primeira verdadeira e a segunda falsa; a primeira falsa e a segunda verdadeira; ambas falsas.

5. Considere-se a disjunção “A vida tem sentido ou a felicidade não é possível”.

a) Admitindo que a vida tem sentido, a disjunção é verdadeira ou falsa?

Porquê?

Se admitirmos que é uma disjunção inclusiva, sendo a primeira disjunta verdadeira, a disjunção é verdadeira porque independente da segunda disjunta ser verdadeira ou falsa a disjunção será verdadeira. Mas se admitirmos que a disjunção é exclusiva será preciso saber o valor de verdade de “a felicidade não é impossível” para saber se a disjunção é verdadeira ou falsa, porque numa disjunção exclusiva quando duas disjuntas possuem o mesmo valor de verdade, são falsas e quando possuem valores diferentes, são verdadeiras.

b) Admitindo que a vida não tem sentido e que não sabemos se a felicidade é possível, é possível saber se a disjunção é verdadeira ou falsa? Porquê?

Não é possível. Admitindo que a vida não tenha sentido, então a primeira disjunta é falsa. Assim, para que esta disjunção seja verdadeira é necessário que a segunda disjunta seja verdadeira. Se não temos como saber se a segunda é ou não verdadeira, não temos como determinar se a disjunção em questão é verdadeira ou falsa.

EXERCÍCIOS – P. 36

1. Assinale quais das seguintes disjunções são inclusivas e quais são exclusivas, explicando porquê:

- a) **Ou a arte não pode ser definida ou Weitz não tem razão.** EXCLUSIVA. Weitz defendia que a arte não podia ser definida, assim, “Weitz não tem razão” implica (conceptualmente) “A arte pode ser definida”. Logo, trata-se de uma disjunção exclusiva.
- b) **O Asdrúbal foi pelas escadas ou pelo elevador.** EXCLUSIVA. Porque o Asdrúbal não pode estar em dois lugares ao mesmo tempo, a verdade da primeira disjunta implica conceptualmente a falsidade da segunda.
- c) **O universo é indeterminado ou não temos livre-arbítrio.** INCLUSIVA. A indeterminação do universo não implica conceptualmente que temos livre-arbítrio.
- d) **O Mário está em Luanda ou em Lisboa.** EXCLUSIVA. Porque o Mário não pode estar em dois lugares ao mesmo tempo, a verdade da primeira disjunta implica a falsidade da segunda.

EXERCÍCIOS – P. 40

1. Considere-se a conjunção “A vida tem sentido e a felicidade é real”.

- a) **Admitindo que a vida não tem sentido, a conjunção é verdadeira ou falsa? Porquê?**
É falsa porque uma conjunção só pode ser verdadeira se as duas conjuntas que a formam forem verdadeiras. Admitindo que a vida não tem sentido, “A vida tem sentido” é uma conjunta falsa, o que torna a conjunção falsa.
- b) **Admitindo que a vida tem sentido e que não sabemos se a felicidade é real, é possível saber se a conjunção é verdadeira ou falsa? Porquê?**

Não é possível porque uma conjunção só é verdadeira quando as duas conjuntas que a formam são verdadeiras. Se admitirmos que a primeira conjunta é verdadeira, mas não soubermos se a segunda é ou não verdadeira, não é possível saber se a conjunção formada pelas duas é verdadeira ou falsa.

c) **Admitindo que a vida tem sentido, a conjunção “A vida não tem sentido e a felicidade é real” é verdadeira ou falsa? Porquê?**

É falsa porque admitindo que a vida tem sentido, “A vida não tem sentido” é uma proposição falsa e uma conjunção só pode ser verdadeira se as duas conjuntas que a formam forem verdadeiras.

2. Por que razão a tabela de verdade da negação tem apenas duas filas e não quatro?

Porque o operador de negação se aplica a uma só proposição e não a duas; deste modo, só há duas possibilidades a considerar no que respeita à proposição sem o operador.

EXERCÍCIOS – P. 44

1. Considere-se a condicional “Se Deus existe, a vida tem sentido”.

a) **Admitindo que Deus não existe, a condicional é verdadeira ou falsa? Porquê?**

É verdadeira porque se a antecedente for falsa, como é o caso, independente de a conseqüente ser verdadeira ou falsa, pela lógica clássica, a condicional é verdadeira.

b) **Admitindo que Deus existe e que não sabemos se a vida tem sentido, é possível saber se a condicional é verdadeira ou falsa? Porquê?**

Não, porque se a antecedente for verdadeira, para que a condicional seja verdadeira, é preciso que a conseqüente também seja e se não

soubermos se a conseqüente é verdadeira ou falsa não temos como saber se a condicional será verdadeira ou falsa.

c) Admitindo que a vida tem sentido, a condicional é verdadeira ou falsa? Porquê?

É verdadeira porque na lógica clássica a condicional só é falsa caso a antecedente seja verdadeira e a conseqüente falsa.

2. Recorrendo a tabelas de verdade e a exemplos de proposições, explique por que razão a bicondicional é comutativa, mas a condicional não.

A condicional não é comutativa porque “Se o João está em Paris, está em França” não tem o mesmo valor de verdade em todas as circunstâncias que “Se o João está em França, está em Paris”:

| P Q | $P \rightarrow Q$ | $Q \rightarrow P$ |
|------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| V V | V | V |
| V F | F | V |
| F V | V | F |
| F F | V | V |

Todavia, a bicondicional é comutativa, porque em todas as circunstâncias “Platão era grego se, e só se, nasceu na Grécia” tem o mesmo valor de verdade que “Platão nasceu na Grécia se, e só se, era grego”:

| P Q | $P \Leftrightarrow Q$ | $Q \Leftrightarrow P$ |
|------------|---|---|
| V V | V | V |
| V F | F | F |
| F V | F | F |
| F F | V | V |

Contudo, dado que uma bicondicional é apenas a conjunção de duas condicionais, poderá parecer estranho que a bicondicional seja comutativa, quando a condicional não o é. Mas isso explica-se analisando cuidadosamente a seguinte tabela de verdade:

| P Q | $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ |
|------------|--|
| V V | V V V |
| V F | F F V |
| F V | V F F |
| F F | V V V |

Como se vê, a conjunção das duas condicionais é comutativa apesar da não comutatividade das condicionais componentes, porque é irrelevante qual das variáveis, P ou Q, é falsa: desde que uma delas o seja, a conjunção é falsa.

3. Considere-se a bicondicional “Deus existe se, e só se, a vida tem sentido”.

a) Admitindo que Deus existe e que a vida não tem sentido, a bicondicional é verdadeira ou falsa? Porquê?

É falsa porque a bicondicional só é verdadeira quando as duas proposições que a formam têm o mesmo valor de verdade. Neste caso, a primeira é verdadeira e a segunda é falsa.

b) Admitindo que Deus não existe e que a vida não tem sentido, a bicondicional é verdadeira ou falsa? Porquê?

É verdadeira porque neste caso as duas proposições que formam a bicondicional têm o mesmo valor de verdade.

c) Admitindo que a vida tem sentido mas que não sabemos se Deus existe, é possível saber se a bicondicional é verdadeira ou falsa? Porquê?

Não é possível porque só temos conhecimento do valor de verdade de uma das proposições e numa condicional precisamos saber o valor de verdade das duas proposições que a formam para poder afirmar se ela é verdadeira ou falsa.

EXERCÍCIOS – P. 46

1. Formalize as proposições expressas a seguir:

a) Se tudo está determinado, o livre-arbítrio é impossível.

Expressão canônica: Se tudo está determinado, então o livre-arbítrio não é possível.

Interpretação: P: Tudo está determinado.

Q: O livre-arbítrio é possível.

Formalização: $P \rightarrow \neg Q$

b) Sempre que chove, o presidente fica eloqüente

Expressão canônica: Se chove, então o presidente fica eloqüente.

Interpretação: P: Chove.

Q: O presidente fica eloqüente.

Formalização: $P \rightarrow Q$

c) Não há imortais.

Expressão canônica: Não há seres não mortais.

Interpretação: P: Há seres mortais.

Formalização: $\neg \neg P$

d) Ou Deus existe ou a vida não faz sentido.

Expressão canônica: Ou Deus existe ou a vida não faz sentido.

Interpretação: P: Deus existe.

Q: A vida faz sentido.

Formalização: $P \vee \neg Q$

e) O Homem é um bípede sem penas.

Expressão canônica: Algo é um homem, se e só se, for um bípede sem penas.

Interpretação: P: Algo é um homem.

Q: Algo é um bípede sem penas.

Formalização: $P \Leftrightarrow Q$

f) Nem Kant nem Hegel sabiam inglês.

Expressão canônica: Kant não sabia inglês e Hegel não sabia inglês.

Interpretação: P: Kant sabia inglês.

Q: Hegel sabia inglês.

Formalização: $\neg P \wedge \neg Q$

g) Ser um artefacto não é uma condição suficiente para que algo seja uma obra de arte.

Expressão canônica: Não é o caso que se algo é um artefacto, então é uma obra de arte.

Interpretação: P: Algo é um artefato.

Q: Algo é uma obra de arte.

Formalização: $\neg(P \rightarrow Q)$

EXERCÍCIOS – P. 49

1. Teste a validade das seguintes formas recorrendo a inspetores de circunstâncias:

a) $P \wedge Q, \neg P \vDash Q$ – FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA

| P Q | $P \wedge Q,$ | $\neg P$ | $\vDash Q$ |
|-----|---------------|----------|------------|
| V V | V | F | V |
| V F | F | F | F |
| F V | F | V | V |
| F F | F | V | F |

b) $P \vee Q, \neg P \models Q$ – FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA

| P Q | $P \vee Q,$ | $\neg P$ | $\models Q$ |
|-----|-------------|----------|-------------|
| V V | V | F | V |
| V F | V | F | F |
| F V | V | V | V |
| F F | F | V | F |

c) $P \rightarrow Q \models P \rightleftharpoons Q$ – FORMA ARGUMENTATIVA INVÁLIDA

| P Q | $P \rightarrow Q$ | $\models P \rightleftharpoons Q$ |
|-----|-------------------|----------------------------------|
| V V | V | V |
| V F | F | F |
| F V | V | F |
| F F | V | V |

d) $P \rightleftharpoons Q \models P \rightarrow Q$ – FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA

| P Q | $P \rightleftharpoons Q$ | $\models P \rightarrow Q$ |
|-----|--------------------------|---------------------------|
| V V | V | V |
| V F | F | F |
| F V | F | V |
| F F | V | V |

e) $P \rightarrow Q \models Q \wedge P$ – FORMA ARGUMENTATIVA INVÁLIDA

| P Q | $P \rightarrow Q$ | $\models Q \wedge P$ |
|-----|-------------------|----------------------|
| V V | V | V |

| | | |
|-----|---|---|
| V F | F | F |
| F V | V | F |
| F F | V | F |

f) $P \rightarrow Q \equiv Q \rightarrow P$ – FORMA ARGUMENTATIVA INVÁLIDA

| P Q | $P \rightarrow Q$ | $\equiv Q \rightarrow P$ |
|-----|-------------------|--------------------------|
| V V | V | V V V |
| V F | F | F V V |
| F V | V | V F F |
| F F | V | F V F |

g) $P \rightarrow Q, Q \rightarrow P \equiv \neg P \vee Q$ – FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA

| P Q | $P \rightarrow Q,$ | $Q \rightarrow P$ | $\equiv \neg P \vee Q$ |
|-----|--------------------|-------------------|------------------------|
| V V | V | V V V | F V V |
| V F | F | F V V | F F F |
| F V | V | V F F | V V V |
| F F | V | F V F | V V F |

EXERCÍCIOS – P. 52

1. Indique qual é o operador principal nas formas proposicionais seguintes.

a) $\neg(P \wedge Q)$

Operador principal: \neg

b) $\neg P \wedge Q$

Operador principal: \wedge

c) $\neg P \Leftrightarrow \neg Q$

Operador principal: \Rightarrow

d) $\neg(P \Rightarrow \neg Q)$

Operador principal: \neg

e) $P \Rightarrow (\neg Q \wedge P)$

Operador principal: \Rightarrow

f) $P \wedge \neg(Q \wedge P)$

Operador principal: \wedge

g) $\neg(P \wedge \neg(Q \wedge P))$

Operador principal: \neg

2. Construa uma tabela de verdade para cada uma das formas proposicionais anteriores.

a) $\neg(P \wedge Q)$

Operador principal: \neg

| P Q | $\neg (P \wedge Q)$ |
|-----|---------------------|
| V V | F V |
| V F | V F |
| F V | V F |
| F F | V F |

b) $\neg P \wedge Q$

Operador principal: \wedge

| P Q | $\neg P$ | \wedge | Q |
|-----|----------|----------|---|
| V V | F | F | V |

| | | | |
|-----|---|---|---|
| V F | F | F | F |
| F V | V | V | V |
| F F | V | F | F |

c) $\neg P \Leftrightarrow \neg Q$

Operador principal: \Leftrightarrow

| | | | |
|-----|----------|-------------------|----------|
| P Q | $\neg P$ | \Leftrightarrow | $\neg Q$ |
| V V | F | V | F |
| V F | F | F | V |
| F V | V | F | F |
| F F | V | V | V |

d) $\neg(P \Leftrightarrow \neg Q)$

Operador principal: \neg

| | | | | |
|-----|--------|----|-------------------|-----------|
| P Q | \neg | (P | \Leftrightarrow | $\neg Q)$ |
| V V | V | V | F | F |
| V F | F | V | V | V |
| F V | F | F | V | F |
| F F | V | F | F | V |

e) $P \Leftrightarrow (\neg Q \wedge P)$

Operador principal: \Leftrightarrow

| | | | | | |
|-----|---|-------------------|------------|----------|----|
| P Q | P | \Leftrightarrow | ($\neg Q$ | \wedge | P) |
| V V | V | F | F | F | V |
| V F | V | V | V | V | V |
| F V | F | V | F | F | F |
| F F | F | V | V | F | F |

f) $P \wedge \neg(Q \wedge P)$

Operador principal: \wedge

| P Q | P | \wedge | \neg | (Q | \wedge | P) |
|-----|---|----------|--------|----|----------|----|
| V V | V | F | F | V | V | V |
| V F | V | V | V | F | F | V |
| F V | F | F | V | V | F | F |
| F F | F | F | V | F | F | F |

g) $\neg(P \wedge \neg(Q \wedge P))$

Operador principal: \neg

| P Q | \neg | (P | \wedge | \neg | (Q | \wedge | P)) |
|-----|--------|----|----------|--------|----|----------|-----|
| V V | V | V | F | F | V | V | V |
| V F | F | V | V | V | F | F | V |
| F V | V | F | F | V | V | F | F |
| F F | V | F | F | V | F | F | F |

3. Formalize as proposições expressas a seguir:

a) Sartre não era parisiense se, e só se, Paris era uma cidade alemã.

Forma canônica: Sartre não era parisiense se, e só se, Paris era uma cidade alemã.

Interpretação: P: Sartre era parisiense.

Q: Paris era uma cidade alemã.

Formalização: $\neg P \Leftrightarrow Q$

b) Não é verdade que Sartre não era parisiense se, e só se, Paris era uma cidade alemã.

Forma canônica: Não é verdade que Sartre não era parisiense se, e só se, Paris era uma cidade alemã.

Interpretação: P: Sartre era parisiense.

Q: Paris era uma cidade alemã.

Formalização: $\neg(\neg P \Leftrightarrow Q)$

c) Não há felicidade nem justiça.

Forma canônica: Não há felicidade e não há justiça.

Interpretação: P: Há felicidade.

Q: Há justiça.

Formalização: $\neg P \wedge \neg Q$

d) Não é verdade que há ou felicidade ou justiça.

Forma canônica: Não é verdade que há ou felicidade ou há justiça.

Interpretação: P: Há felicidade.

Q: Há justiça.

Formalização: $\neg (P \vee Q)$

e) Não há felicidade ou justiça.

Forma canônica: Não é verdade que há felicidade ou justiça.

Interpretação: P: Há felicidade.

Q: Há justiça.

Formalização: $\neg (P \vee Q)$

EXERCÍCIOS – P. 53-54

1. Demonstre a validade ou invalidade das formas anteriores recorrendo a inspetores de circunstâncias.

Silogismo hipotético: Forma argumentativa válida

Se P, então Q.

Se Q, então R.

Logo, se P, então R.

$P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \models P \rightarrow R$

| P Q R | $P \rightarrow Q,$ | $Q \rightarrow R$ | $\models P \rightarrow R$ |
|--------------|--------------------------------------|-------------------------------------|---|
| V V V | V | V | V |
| V V F | V | F | F |
| V F V | F | V | V |
| V F F | F | V | F |
| F V V | V | V | V |
| F V F | V | F | V |
| F F V | V | V | V |
| F F F | V | V | V |

Silogismo disjuntivo: Forma argumentativa válida

P ou Q.

Não P.

Logo, Q.

$P \vee Q, \neg P \models Q$

| P Q | $P \vee Q,$ | $\neg P$ | $\models Q$ |
|------------|-------------------------------|----------------------------|-------------------------------|
| V V | V | F | V |
| V F | V | F | F |
| F V | V | V | V |
| F F | F | V | F |

Dilema: Forma argumentativa válida

P ou Q.

Se P, então R.

Se Q, então R.

Logo, R.

$P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow R \models R$

| P Q R | $P \vee Q,$ | $P \rightarrow R,$ | $Q \rightarrow R$ | $\models R$ |
|--------------|-------------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|
| V V V | V | V | V | V |
| V V F | V | F | F | F |
| V F V | V | V | V | V |
| V F F | V | F | V | F |
| F V V | V | V | V | V |
| F V F | V | V | F | F |
| F F V | F | V | V | V |
| F F F | F | V | V | F |

Modus Ponens: Forma argumentativa válida

Se P, então Q.

P.

Logo, Q.

$P \rightarrow Q, P \models Q$

| P Q | $P \rightarrow Q,$ | P | $\models Q$ |
|------------|--------------------------------------|----------|-------------------------------|
| V V | V | V | V |
| V F | F | V | F |
| F V | V | F | V |
| F F | V | F | F |

Modus tollens: Forma argumentativa válida

Se P, então Q.

Não Q.

Logo, não P.

$P \rightarrow Q, \neg Q \models \neg P$

| P Q | $P \rightarrow Q,$ | $\neg Q$ | $\vDash \neg P$ |
|------------|--------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------|
| V V | V | F | F |
| V F | F | V | F |
| F V | V | F | V |
| F F | V | V | V |

Contraposição: Forma argumentativa válida

Se P, então Q.

Logo, se não Q, então não P.

$P \rightarrow Q \vDash \neg Q \rightarrow \neg P$

| P Q | $P \rightarrow Q$ | $\vDash \neg Q \rightarrow \neg P$ |
|------------|-------------------------------------|--|
| V V | V | F V F |
| V F | F | V F F |
| F V | V | F V V |
| F F | V | V V V |

Afirmação da conseqüente: Forma argumentativa inválida

Se P, então Q.

Q.

Logo, P.

$P \rightarrow Q, Q \vDash P$

| P Q | $P \rightarrow Q,$ | Q | $\vDash P$ |
|------------|--------------------------------------|----------|------------------------------|
| V V | V | V | V |
| V F | F | F | V |
| F V | V | V | F |
| F F | V | F | F |

Negação da conseqüente: Forma argumentativa inválida

Se P, então Q.

Não P.

Logo, não Q.

$P \rightarrow Q, \neg P \models \neg Q$

| P Q | $P \rightarrow Q,$ | $\neg P$ | $\models \neg Q$ |
|-----|--------------------|----------|------------------|
| V V | V | F | F |
| V F | F | F | V |
| F V | V | V | F |
| F F | V | V | V |

Inversão da condicional: Forma argumentativa inválida

Se P, então Q.

Logo, Se Q, então P.

$P \rightarrow Q \models Q \rightarrow P$

| P Q | $P \rightarrow Q$ | $\models Q \rightarrow P$ |
|-----|-------------------|---------------------------|
| V V | V | V V V |
| V F | F | F V V |
| F V | V | V F F |
| F F | V | F V F |

2. Identifique a forma dos seguintes argumentos, indicando se são válidas ou inválidas:

a) Se a felicidade for possível, a vida faz sentido.

Logo, se a vida fizer sentido, a felicidade é possível.

$P \rightarrow Q \models Q \rightarrow P$

| P Q | $P \rightarrow Q$ | $\models Q \rightarrow P$ |
|-----|-------------------|---------------------------|
| V V | V | V V V |
| V F | F | F V V |
| F V | V | V F F |
| F F | V | F V F |

Resposta: FORMA ARGUMENTATIVA INVÁLIDA – INVERSÃO DA CONDICIONAL

b) Se Sartre tiver razão, temos livre-arbítrio.

Mas não temos livre-arbítrio.

Logo, Sartre não tem razão.

$P \rightarrow Q, \neg Q \models \neg P$

| P Q | $P \rightarrow Q,$ | $\neg Q$ | $\models \neg P$ |
|-----|--------------------|----------|------------------|
| V V | V | F | F |
| V F | F | V | F |
| F V | V | F | V |
| F F | V | V | V |

Resposta: FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA – *MODUS TOLLENS*

c) Se a coragem é filha do medo, o medo é pai da coragem.

Logo, se o medo não é pai da coragem, a coragem não é filha do medo.

$P \rightarrow Q \models \neg Q \rightarrow \neg P$

| P Q | $P \rightarrow Q$ | $\models \neg Q \rightarrow \neg P$ |
|-----|-------------------|-------------------------------------|
| V V | V | F V F |
| V F | F | V F F |

| | | |
|-----|---|-------|
| F V | V | F V V |
| F F | V | V V V |

Resposta: FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA – CONTRAPOSIÇÃO

d) Se temos livre-arbítrio, Sartre tinha razão.

Ora, Sartre tinha razão.

Logo, temos livre-arbítrio.

$P \rightarrow Q, Q \models P$

| P Q | $P \rightarrow Q,$ | Q | $\models P$ |
|-----|--------------------|---|-------------|
| V V | V | V | V |
| V F | F | F | V |
| F V | V | V | F |
| F F | V | F | F |

Resposta: FORMA ARGUMENTATIVA INVÁLIDA – AFIRMAÇÃO DA CONSEQÜENTE.

e) Se os animais não humanos sentem dor, são dignos de proteção moral.

Mas os animais não humanos não sentem dor.

Logo, não são dignos de proteção moral.

$P \rightarrow Q, \neg P \models \neg Q$

| P Q | $P \rightarrow Q,$ | $\neg P$ | $\models \neg Q$ |
|-----|--------------------|----------|------------------|
| V V | V | F | F |
| V F | F | F | V |
| F V | V | V | F |
| F F | V | V | V |

Resposta: FORMA ARGUMENTATIVA INVÁLIDA – NEGAÇÃO DA ANTECEDENTE

f) Se Deus existe, a vida tem sentido.

Ora, Deus existe.

Logo, a vida tem sentido.

$P \rightarrow Q, P \models Q$

| P Q | $P \rightarrow Q,$ | P | $\models Q$ |
|-----|--------------------|---|-------------|
| V V | V | V | V |
| V F | F | V | F |
| F V | V | F | V |
| F F | V | F | F |

Resposta: FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA – *MODUS PONENS*

EXERCÍCIOS – P. 55-56

1. Determine a forma argumentativa dos seguintes argumentos e teste a sua validade recorrendo a inspetores de circunstâncias:

a) Ou o livre-arbítrio é possível ou a nossa vida é uma ilusão.

O livre-arbítrio é impossível.

Logo, a nossa vida é uma ilusão.

Interpretação: P: O livre arbítrio é possível.

Q: A nossa vida é uma ilusão.

Formalização: $P \vee Q, \neg P \models Q$

| P Q | $P \vee Q,$ | $\neg P$ | $\models Q$ |
|-----|-------------|----------|-------------|
| V V | V | F | V |
| V F | V | F | F |
| F V | V | V | V |
| F F | F | V | F |

FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA – SILOGISMO DISJUNTIVO

b) Deus existe.

Logo, a felicidade eterna é possível.

Interpretação: P: Deus existe.

Q: A felicidade eterna é possível.

Formalização: $P \models Q$

| P Q | P | $\models Q$ |
|-----|---|-------------|
| V V | V | V |
| V F | V | F |
| F V | F | V |
| F F | F | F |

FORMA ARGUMENTATIVA INVÁLIDA.

**c) Se Sócrates tem razão, a vida por examinar não vale a pena ser vivida.
Logo, a vida por examinar não vale a pena ser vivida.**

Interpretação: P: Sócrates tem razão.

Q: A vida por examinar vale a pena ser vivida.

Formalização: $P \rightarrow \neg Q \models \neg Q$

| P Q | $P \rightarrow \neg Q$ | $\models \neg Q$ |
|-----|------------------------|------------------|
| V V | V F F | F |
| V F | V V V | V |
| F V | F V F | F |
| F F | F V V | V |

FORMA ARGUMENTATIVA INVÁLIDA.

d) Aristóteles era grego.

Aristóteles não era grego.

Logo, Deus existe.

Interpretação: P: Aristóteles era grego.

Q: Deus existe.

Formalização: $P, \neg P \models Q$

| P Q | P, | $\neg P$ | $\models Q$ |
|-----|----|----------|-------------|
| V V | V | F | V |
| V F | V | F | F |
| F V | F | V | V |
| F F | F | V | F |

FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA.

e) A justiça é possível se, e só se, Platão tiver razão.

Platão não tem razão.

Logo, a justiça não é possível.

Interpretação: P: A justiça é possível.

Q: Platão tem razão.

Formalização: $P \Leftrightarrow Q, \neg Q \models \neg P$

| P Q | $P \Leftrightarrow Q,$ | $\neg Q$ | $\models \neg P$ |
|------------|--|----------------------------|------------------------------------|
| V V | V | F | F |
| V F | F | V | F |
| F V | F | F | V |
| F F | V | V | V |

FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA.

EXERCÍCIOS – P. 57

1. Admitindo que é falso que se Deus existe, a vida faz sentido, qual é o valor de verdade de “Deus existe, mas a vida não faz sentido”?

VERDADEIRO.

2. Admitindo que é verdade que há matéria e espírito, qual é o valor de verdade de “Não há matéria ou não há espírito”?

FALSO.

3. Formule primeiro a negação das proposições expressas a seguir, e depois o respectivo resultado:

a) Se a felicidade é possível, a vida tem sentido.

Condicional: $P \rightarrow Q$

Negação: $\neg (P \rightarrow Q)$: Não é verdade que se a felicidade é possível, então a vida tem sentido.

Resultado: $P \wedge \neg Q$: A felicidade é possível e a vida não tem sentido.

b) Há felicidade e justiça.

Conjunção: $P \wedge Q$

Negação: $\neg (P \wedge Q)$: Não é verdade que há felicidade e justiça.

Resultado: $\neg P \vee \neg Q$: Não há felicidade ou não há justiça.

c) Sartre era alemão ou grego.

Disjunção: $P \vee Q$

Negação: $\neg (P \vee Q)$: Não é verdade que Sartre era alemão ou grego.

Resultado: $\neg P \wedge \neg Q$: Sartre não era alemão e não era grego.

d) Um ser é racional se, e só se, sabe escrever cartas de amor.

Bicondicional: $P \Leftrightarrow Q$

Negação: $\neg (P \Leftrightarrow Q)$: Não é verdade que um ser é racional se, e só se, sabe escrever cartas de amor.

Resultado: $(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$: Um ser é racional e não sabe escrever cartas de amor ou um ser não é racional e sabe escrever cartas de amor.

EXERCÍCIOS – P. 58

1. Formule proposições equivalentes às seguintes:

a) Se a felicidade é possível, a vida tem sentido.

Condicional: $P \rightarrow Q$

Proposição equivalente: $\neg P \vee Q$: A felicidade não é possível ou a vida tem sentido.

b) Há felicidade e justiça.

Conjunção: $P \wedge Q$.

Proposição equivalente: $\neg (\neg P \vee \neg Q)$: Não é verdade que não há felicidade ou não há justiça.

c) Sartre era alemão ou grego.

Disjunção: $P \vee Q$

Proposição equivalente: $\neg (\neg P \wedge \neg Q)$: Não é verdade que Sartre não era alemão e não era grego.

d) Um ser é racional se, e só se, sabe escrever cartas de amor.

Bicondicional: $P \Leftrightarrow Q$

Proposição equivalente: $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$: Se um ser é racional, então ele sabe escrever cartas de amor e se um ser sabe escrever cartas de amor, então ele é racional.

e) Deus existe.

Proposição: P

Proposição equivalente: $\neg \neg P$: Não é verdade que Deus não existe.

EXERCÍCIOS – P. 60

1. Teste a validade das seguintes formas recorrendo a inspetores de circunstâncias:

a) $P \wedge Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow R \models R$

| P Q R | $P \wedge Q,$ | $P \rightarrow R$ | $Q \rightarrow R$ | $\models R$ |
|-------|---------------|-------------------|-------------------|-------------|
| V V V | V | V | V | V |
| V V F | V | F | F | F |
| V F V | F | V | V | V |
| V F F | F | F | V | F |
| F V V | F | V | V | V |
| F V F | F | V | F | F |
| F F V | F | V | V | V |
| F F F | F | V | V | F |

FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA.

b) $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \models P \rightarrow R$

| P Q R | $P \rightarrow Q,$ | $Q \rightarrow R$ | $\models P \rightarrow R$ |
|-------|--------------------|-------------------|---------------------------|
| V V V | V | V | V |
| V V F | V | F | F |
| V F V | F | V | V |
| V F F | F | V | F |
| F V V | V | V | V |
| F V F | V | F | V |
| F F V | V | V | V |
| F F F | V | V | V |

FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA.

c) $P \Rightarrow Q, Q \Rightarrow R \models P \Rightarrow R$

| P Q R | $P \Rightarrow Q,$ | $Q \Rightarrow R$ | $\models P \Rightarrow R$ |
|-------|--------------------|-------------------|---------------------------|
| V V V | V | V | V |
| V V F | V | F | F |
| V F V | F | F | V |
| V F F | F | V | F |
| F V V | F | V | F |
| F V F | F | F | V |
| F F V | V | F | F |
| F F F | V | V | V |

FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA.

d) $P \vee R \models Q \vee P$

| P Q R | $P \vee R$ | $\models Q \vee P$ |
|-------|------------|--------------------|
| V V V | V | V |
| V V F | V | V |
| V F V | V | V |
| V F F | V | V |
| F V V | V | V |
| F V F | F | V |
| F F V | V | F |
| F F F | F | F |

FORMA ARGUMENTATIVA INVÁLIDA.

e) $P \wedge Q, R \models Q \rightarrow R$

| P Q R | $P \wedge Q,$ | R | $\models Q \rightarrow R$ |
|-------|---------------|---|---------------------------|
| V V V | V | V | V |
| V V F | V | F | F |
| V F V | F | V | V |
| V F F | F | F | V |
| F V V | F | V | V |
| F V F | F | F | F |
| F F V | F | V | V |
| F F F | F | F | V |

FORMA ARGUMENTATIVA VÁLIDA.

f) $P \rightarrow Q \models R \rightarrow Q$

| P Q R | $P \rightarrow Q$ | $\models R \rightarrow Q$ |
|-------|-------------------|---------------------------|
| V V V | V | V |
| V V F | V | V |
| V F V | F | F |
| V F F | F | V |
| F V V | V | V |
| F V F | V | V |
| F F V | V | F |
| F F F | V | V |

FORMA ARGUMENTATIVA INVÁLIDA.

2. Apresente argumentos com as formas lógicas que acabou de testar.

a) $P \wedge Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow R \models R$ – Forma argumentativa válida

Uma árvore é uma planta e uma margarida é uma planta.

Se uma árvore é uma planta, então uma bromélia é uma planta.
Se uma margarida é uma planta, então uma bromélia é uma planta.
Logo, uma bromélia é uma planta.

b) $P \rightarrow Q, Q \rightarrow R \models P \rightarrow R$ – Forma argumentativa válida

Se o aborto é permissível em todos os países, então é permissível no México.

Se o aborto é permissível no México, então é permissível no Brasil.

Logo, se o aborto é permissível em todos os países, então é permissível no Brasil.

c) $P \Leftrightarrow Q, Q \Leftrightarrow R \models P \Leftrightarrow R$ – Forma argumentativa válida

O vegetarianismo é uma obrigação ética, se e só se, os animais não-humanos sofrem com os hábitos carnívoros dos animais humanos.

Os animais não-humanos sofrem com os hábitos carnívoros dos animais humanos se, e só se, os animais não-humanos são seres sencientes.

Logo, o vegetarianismo é uma obrigação ética se, e só se, os animais não-humanos são seres sencientes.

d) $P \vee R \models Q \vee P$ – Forma argumentativa inválida

Ou o Amazonas é um rio ou o Ganges é um rio.

Logo, ou existem estrelas maiores que os homens ou o Amazonas é um rio.

e) $P \wedge Q, R \models Q \rightarrow R$ – Forma argumentativa válida

Os leões são animais e as borboletas são animais.

As violetas são plantas.

Logo, se as borboletas são animais, então as violetas são plantas.

f) $P \rightarrow Q \models R \rightarrow Q$ – Forma argumentativa inválida

Se a justiça é um direito, então a liberdade é um direito.

Logo, se o trabalho é um direito, então a liberdade é um direito.

EXERCÍCIOS – P. 61-62

1. Identifique as seguintes formas lógicas:

a) $P \rightarrow (Q \vee R)$

Logo, $\neg(Q \vee R) \rightarrow \neg P$

$A \rightarrow B$

Logo, $\neg B \rightarrow \neg A$

b) $(P \vee R) \rightarrow \neg(Q \vee P)$

Logo, $\neg\neg(Q \vee P) \rightarrow \neg(P \vee R)$

$A \rightarrow B$

Logo, $\neg B \rightarrow \neg A$

c) $P \rightarrow \neg Q$

$\neg\neg Q$

Logo, $\neg P$

$A \rightarrow B$

$\neg B$

Logo, $\neg A$

d) $\neg P \rightarrow Q$

$\neg P$

Logo, Q

$A \rightarrow B$

A

Logo, B