

## Reflexividade, simetria e transitividade

Desidério Murcho

Universidade Federal de Ouro Preto, Departamento de Filosofia

### Reflexividade

$R$  é uma relação reflexiva se, e só se,  $\forall x Rxx$ . Ou seja, uma relação é reflexiva quando todas as coisas estão nessa relação consigo mesmas. Por exemplo, a relação «ter o mesmo peso que» é reflexiva.

$R$  é **irreflexiva** se, e só se,  $\forall x \neg Rxx$ . Ou seja, uma relação é irreflexiva quando nenhuma coisa está nessa relação consigo mesma. Por exemplo, a relação de paternidade é irreflexiva porque ninguém é pai de si mesmo.

$R$  é **não reflexiva** se, e só se,  $\neg \forall x Rxx \wedge \neg \forall x \neg Rxx$ , isto é, se não é reflexiva nem irreflexiva. Ou seja, uma relação é irreflexiva quando algumas coisas estão nessa relação consigo mesmas e outras não. Por exemplo, a relação de crítica é não reflexiva porque algumas pessoas exercem a autocrítica, mas outras preferem restringir o domínio de objectos a criticar aos outros, aparentemente para garantir a reflexividade do respeito, mas arriscando-se assim a perder a sua simetria.

### Simetria

$R$  é uma relação simétrica se, e só se,  $\forall x \forall y (Rxy \rightarrow Ryx)$ . Ou seja, uma relação entre duas coisas é simétrica quando ambas estão nessa relação entre si. Por exemplo, a relação «ser irmão de» é simétrica: se João é irmão de Pedro então Pedro é irmão de João. Mas a relação «ser filho de» não é simétrica, dado que Bruto é filho de César mas César não é filho de Bruto.

$R$  é **assimétrica** se, e só se,  $\forall x \forall y (Rxy \rightarrow \neg Ryx)$ . Ou seja, uma relação entre duas coisas é assimétrica quando o facto de a primeira estar nessa relação com a segunda implica que a segunda não está nessa relação com a primeira. Por exemplo, a relação «ser filho de» é assimétrica: se Bruto é filho de César, então César não é filho de Bruto.

$R$  é **não simétrica** se, e só se,  $\neg \forall x \forall y (Rxy \rightarrow Ryx) \wedge \neg \forall x \forall y (Rxy \rightarrow \neg Ryx)$ , isto é, se não é simétrica nem assimétrica. Ou seja, uma relação é não simétrica quando algumas coisas não satisfazem a simetria e outras a satisfazem. Isto significa que se  $x$  está numa relação não simétrica com  $y$  não podemos inferir nem que  $y$  está nessa relação com  $x$  nem que não está: ficamos nesse limbo de incertezas que os amantes de todos os tempos têm de enfrentar, pois a relação de amor é, infelizmente, não simétrica.

$R$  é **anti-simétrica** se, e só se,  $\forall x \forall y ((Rxy \wedge Ryx) \rightarrow x = y)$ . Ou seja, uma relação é anti-simétrica quando só a mesma coisa pode estar nessa relação consigo mesma. Por exemplo, no domínio dos números, a relação «não ser maior que» é anti-simétrica: se  $x$  não é maior que  $y$  e se  $y$  não é maior que  $x$ , então  $x$  e  $y$  são o mesmo número.

Todas as relações assimétricas são anti-simétricas; mas nem todas as relações anti-simétricas são assimétricas. Nenhuma relação assimétrica é não simétrica. A não simetria é logicamente independente da anti-simetria.

## Transitividade

$R$  é uma relação transitiva se, e só se,  $\forall x \forall y \forall z ((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz)$ . Ou seja, uma relação transitiva transmite-se em cadeia, por assim dizer. Por exemplo, a relação «ser mais velho que» é transitiva porque se Sócrates é mais velho que Platão e Platão é mais velho que Aristóteles, então Sócrates é mais velho que Aristóteles.

$R$  é **intransitiva** se, e só se,  $\forall x \forall y \forall z ((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow \neg Rxz)$ . Ou seja, uma relação é intransitiva quando a sua transmissão em cadeia, por assim dizer, é bloqueada. Por exemplo, a relação de paternidade é intransitiva porque se Afonso é pai de Carlos e Carlos pai de Joana, então Afonso não é pai de Joana.

$R$  é **não transitiva** se, e só se,  $\neg \forall x \forall y \forall z ((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz) \wedge \neg \forall x \forall y \forall z ((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow \neg Rxz)$ , isto é, se não é transitiva nem intransitiva. Ou seja, uma relação é não transitiva quando a transmissão em cadeia, por assim dizer, se dá em alguns casos mas não noutros. Por exemplo, a relação de amizade é não transitiva porque João é amigo de Pedro e Pedro de Carlos, mas João não é amigo de Carlos; e João é amigo de Pedro e Pedro de Maria, mas João é amigo de Maria.