

**Lógica I (FIL 120)**  
**Universidade Federal de Ouro Preto**  
**Professor Desidério Murcho**

**Lógica Proposicional**

**REGRAS PRIMITIVAS**

**Introdução da conjunção (I $\wedge$ )**

$$\frac{A \quad B}{\therefore A \wedge B}$$

$$\therefore B \wedge A$$

**Dependências:** A conclusão depende das duas premissas.

**Eliminação da conjunção (E $\wedge$ )**

$$\frac{A \wedge B}{\therefore A}$$

$$\therefore B$$

**Dependências:** A conclusão depende da premissa.

**Introdução da condicional (I $\rightarrow$ )**

$$\frac{A \quad \vdots \quad B}{\therefore A \rightarrow B}$$

**Dependências:** B tem de depender de A. A conclusão já não depende de A.

**Eliminação da condicional (E $\rightarrow$ )**  
 (Modus Ponens)

$$\frac{A \rightarrow B \quad A}{\therefore B}$$

**Dependências:** A conclusão depende das duas premissas.

**Introdução da disjunção (I $\vee$ )**

$$\frac{A}{\therefore A \vee B}$$

**Dependências:** A conclusão depende da premissa.

**Eliminação da disjunção (E $\vee$ )**  
 (Dilema construtivo simples)

$$\frac{A \vee B \quad A \rightarrow C \quad B \rightarrow C}{\therefore C}$$

**Dependências:** A conclusão só depende de  $A \vee B$  e de quaisquer premissas usadas além de A e B. A e B são premissas suplementares introduzidas para demonstrar C.

**Introdução da negação (I $\neg$ )**  
 (Reductio ad absurdum)

$$\frac{A \quad B \wedge \neg B}{\therefore \neg A}$$

**Dependências:** A conclusão depende de  $B \wedge \neg B$ , mas não depende de A.

**Eliminação da negação (E $\neg$ )**  
 (Dupla negação)

$$\frac{\neg \neg A}{\therefore A}$$

**Dependências:** A conclusão depende da premissa.

**Introdução da bicondicional (I $\Leftrightarrow$ )**

$$\frac{A \rightarrow B \quad B \rightarrow A}{\therefore A \Leftrightarrow B}$$

**Dependências:** A conclusão depende das duas premissas.

**Eliminação da bicondicional (E $\Leftrightarrow$ )**

$$\frac{A \Leftrightarrow B}{\therefore (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)}$$

**Dependências:** A conclusão depende da premissa.

**Lógica I (FIL 120)**  
**Universidade Federal de Ouro Preto**  
**Professor Desidério Murcho**

**Lógica Proposicional**

**REGRAS DERIVADAS**

1.  $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$  (Condicional)
2.  $A \rightarrow B \equiv \neg B \rightarrow \neg A$  (Contraposição)
3.  $\neg(A \rightarrow B) \equiv A \wedge \neg B$  (Negação da condicional)
4.  $A \rightleftarrows B \equiv (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$  (Bicondicional)
5.  $P \rightleftarrows Q \equiv \neg P \rightleftarrows \neg Q$  (Equivalência)
6.  $\neg(A \rightleftarrows B) \equiv (\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)$  (Negação da bicondicional)
  
7.  $A \vee B \equiv \neg A \rightarrow B$  (Disjunção)
8.  $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$  (De Morgan)
9.  $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$  (Distributividade)
10.  $A \vee (B \vee C) \equiv (A \vee B) \vee C$  (Associatividade)
11.  $A \equiv A \vee A$  (Idempotência)
  
12.  $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$  (De Morgan)
13.  $\neg(A \wedge \neg B) \equiv A \rightarrow B$  (Negação da conjunção)
14.  $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$  (Distributividade)
15.  $A \wedge (B \wedge C) \equiv (A \wedge B) \wedge C$  (Associatividade)
16.  $A \equiv A \wedge A$  (Idempotência)
  
17.  $A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A$  (*Modus tollens*)
18.  $A \vee B, \neg A \vdash B$  (Silogismo disjuntivo)
19.  $A \rightarrow B, B \rightarrow C \vdash A \rightarrow C$  (Silogismo hipotético)
20.  $A \vee B, A \rightarrow C, B \rightarrow D \vdash C \vee D$  (Dilema construtivo)
21.  $A \vdash \neg\neg A$  (Dupla negação)
  
22.  $A \wedge \neg A \vdash B$  (*Falsum*)
23.  $A \vdash B \vee \neg B$  (*Verum*)

**Dependências:** A conclusão depende da premissa ou premissas de que depende a fórmula a que se aplica a regra, ou da própria fórmula, no caso de esta ser uma premissa. **Excepto 23 e 24**, que não dependem de quaisquer premissas.