Lógica I (FIL 120)

Universidade Federal de Ouro Preto

Professor Desidério Murcho

Lógica de Predicados

Regras Primitivas

Eliminação do Quantificador Universal (E$\forall$)
(Exemplificação universal)

Prem	**1.**	$\forall x\,(Fx \to Gx)$	
1	**2.**	$Fn \to Gn$	1 E$\forall$

Ou:

1	**2.**	$Fa \to Ga$	1 E$\forall$

Nota 1: "n" (ou "a") tem de substituir todos os "x" ligados pelo quantificador. **Nota 2:** Usa-se um nome arbitrário, como "a", quando se tem em vista usar I$\forall$ depois.

Introdução do Quantificador Universal (I$\forall$)
(Generalização universal)

Prem	**1.**	$\forall x\,(Fx \to Gx)$	
1	**2.**	$Fa \to Ga$	1 E$\forall$
1	**3.**	$\forall x\,(Fx \to Gx)$	2 I$\forall$

Nota 1: "x" tem de substituir todas as ocorrências de "a". **Nota 2:** Aplica-se esta regra tipicamente quando a fórmula que contém "a" resultou da eliminação de um quantificador universal. **Nota 3:** Não se pode aplicar a regra se a fórmula que contém "a" for uma premissa ou uma suposição (ou depender de uma premissa ou suposição) que contenha "a".

Introdução do Quantificador Existencial (I$\exists$)
(Generalização existencial)

Prem	**1.**	$Fn \wedge Gn$	
1	**2.**	$\exists x\,(Fx \wedge Gx)$	1 I$\exists$

Ou:

Prem	**1.**	$Fa \wedge Ga$	
1	**2.**	$\exists x\,(Fx \wedge Gx)$	1 I$\exists$

Nota 1: "x" tem de substituir todas as ocorrências de "n".

Eliminação do Quantificador Existencial (E$\exists$)
(Exemplificação existencial)

Prem	**1.**	$\exists x\,(Fx \wedge Gx)$	
Sup	**2.**	$Fa \wedge Ga$	
2	**3.**	Fa	2 E$\wedge$
2	**4.**	$\exists x\, Fx$	2 I$\exists$
1	**5.**	$\exists x\, Fx$	1,2–4 E$\exists$

Nota 1: A conclusão depende de **1** e de todas as premissas de que **4** depender, exceto **2**. **Nota 2:** Em **2** elimina-se o quantificador existencial, inserindo "a" em lugar de "x". **4** tem de depender de **2**, não pode conter qualquer ocorrência de "a" nem pode depender de quaisquer premissas ou suposições que contenham "a", exceto **2**.

Eliminação da Identidade (E=)
(Lei de Leibniz)

Prem	**1.**	Fn	
Prem	**2.**	$n = o$	
1,2	**3.**	Fo	1,2 E=

Introdução da Identidade (I=)

Em qualquer passo de qualquer derivação pode-se introduzir "a = a" ou "n = n", sem depender de quaisquer premissas.

Lógica I (FIL 120)

Universidade Federal de Ouro Preto

Professor Desidério Murcho

Lógica de Predicados

REGRAS DERIVADAS

Regras de equivalência

1. $\forall x\ Fx \dashv\vdash \neg\exists x\ \neg Fx$ [Definição de $\forall$]
2. $\exists x\ Fx \dashv\vdash \neg\forall x\ \neg Fx$ [Definição de $\exists$]
3. $\neg\forall x\ Fx \dashv\vdash \exists x\ \neg Fx$ [Negação de $\forall$]
4. $\neg\exists x\ Fx \dashv\vdash \forall x\ \neg Fx$ [Negação de $\exists$]
5. $\forall x\ Fx \dashv\vdash \forall y\ Fy$ [Redenominação de variáveis ligadas (RVL)]
6. $\exists x\ Fx \dashv\vdash \exists y\ Fy$ [Redenominação de variáveis ligadas (RVL)]
7. $\forall x\ \forall y\ Fxy \dashv\vdash \forall y\ \forall x\ Fxy$ [Permutação de quantificadores]
8. $\exists x\ \exists y\ Fxy \dashv\vdash \exists y\ \exists x\ Fxy$ [Permutação de quantificadores]
9. $\forall x\ \forall y\ (x = y) \dashv\vdash \forall x\ \forall y\ (y = x)$ [Reflexividade da identidade]

Regras de implicação

10. $\exists x\ \forall y\ Fxy \vdash \forall y\ \exists x\ Fxy$ [Permutação universal]
11. $\forall x\ Fx \vdash \exists x\ Fx$ [Exemplificação existencial]
12. $\forall x\ Fx \vdash Fn$ [Exemplificação particular]
13. $\vdash \forall x\ \forall y\ \forall z\ [[(x = y) \wedge (y = z)] \rightarrow (x = z)]$ [Transitividade da identidade]

Lei da identidade

14. $\vdash \forall x\ (x = x)$