

**Lógica I (FIL 120)**  
**Universidade Federal de Ouro Preto**  
**Professor Desidério Murcho**

**Lógica de Predicados**

**REGRAS PRIMITIVAS**

**Eliminação do Quantificador Universal (E $\forall$ )**  
 (Exemplificação universal)

$$\frac{\forall x Ax}{\therefore At}$$

**Dependências:** A conclusão depende da premissa.  
**Restrições:**  $t$  tem de substituir, em  $Ax$ , todas as ocorrências de  $x$ .

**Introdução do Quantificador Universal (I $\forall$ )**  
 (Generalização universal)

$$\frac{Aa}{\therefore \forall x Ax}$$

**Dependências:** A conclusão depende da premissa.  
**Restrições:**  $Aa$  não pode ser uma premissa nem uma suposição, nem depender de qualquer premissa ou suposição na qual o nome arbitrário " $a$ " ocorra. " $x$ " tem de substituir todas as ocorrências de " $a$ " em  $Aa$ .

**Eliminação do Quantificador Existencial (E $\exists$ )**  
 (Exemplificação existencial)

$$\frac{\begin{array}{c} \exists x Ax \\ Aa \\ \vdots \\ C \end{array}}{\therefore C}$$

**Dependências:** A conclusão depende de todas as premissas de que  $C$  depender, excepto  $Aa$ .  
**Restrições:**  $Aa$  é uma suposição, que substitui todas as ocorrências de " $x$ " por " $a$ " em  $Ax$ .  $C$  tem de depender de  $Aa$ , não pode conter qualquer ocorrência de " $a$ " nem pode depender de quaisquer premissas ou suposições que contenham " $a$ ", excepto  $Aa$ .

**Introdução do Quantificador Existencial (I $\exists$ )**  
 (Generalização existencial)

$$\frac{At}{\therefore \exists x Ax}$$

**Dependências:** A conclusão depende da premissa.

**Eliminação da Identidade (E $=$ )**

$$\frac{\begin{array}{c} t = u \\ At \end{array}}{\therefore Au}$$

**Dependências:** A conclusão depende das premissas.  
**Restrições:** " $t$ " e " $u$ " são nomes próprios.  $Au$  substitui pelo menos uma ocorrência de  $t$  por  $u$  em  $At$ .

**Introdução da Identidade (I $=$ )**

$$\begin{array}{c} a = a \\ n = n \end{array}$$

**Dependências:** Nenhumas.

**Lógica I (FIL 120)**  
**Universidade Federal de Ouro Preto**  
**Professor Desidério Murcho**

**Lógica de Predicados**

**REGRAS DERIVADAS**

1.  $\forall x Ax \equiv \neg \exists x \neg Ax$  [Definição de  $\forall$ ]
2.  $\exists x Ax \equiv \neg \forall x \neg Ax$  [Definição de  $\exists$ ]
3.  $\neg \forall x Ax \equiv \exists x \neg Ax$  [Negação de  $\forall$ ]
4.  $\neg \exists x Ax \equiv \forall x \neg Ax$  [Negação de  $\exists$ ]
5.  $\forall x Fx \equiv \forall y Fy$  [Redenominação de variáveis ligadas (RVL)]
6.  $\exists x Fx \equiv \exists y Fy$  [Redenominação de variáveis ligadas (RVL)]
7.  $\forall x \forall y Fxy \equiv \forall y \forall x Fxy$  [Permutação de quantificadores]
8.  $\exists x \exists y Fxy \equiv \exists y \exists x Fxy$  [Permutação de quantificadores]
  
9.  $\exists x \forall y Fxy \vdash \forall y \exists x Fxy$  [Permutação universal]
10.  $\forall x Fx \vdash \exists x Fx$  [Exemplificação existencial]
11.  $\forall x Fx \vdash Ft$  [Exemplificação particular]
12.  $\vdash \forall x (x = x)$  [Lei da identidade]
13.  $\forall x \forall y (x = y) \equiv \forall x \forall y (y = x)$  [Reflexividade da identidade]
14.  $\forall x \forall y (x = y), \forall y \forall z (y = z) \vdash \forall x \forall z (x = z)$  [Transitividade da identidade]