

Lógica I (FIL 120)

Universidade Federal de Ouro Preto
Professor Desidério Murcho

Lógica de Predicados

Regras Primitivas

Eliminação do Quantificador Universal ($E\forall$) (Exemplificação universal)

Prem	1.	$\forall x (Fx \rightarrow Gx)$	
1	2.	$Fn \rightarrow Gn$	1 $E\forall$
Ou:			
1	2.	$Fa \rightarrow Ga$	1 $E\forall$

Nota 1: “n” tem de substituir todos os “x” ligados pelo quantificador.

Nota 2: Usa-se um nome arbitrário, como “a”, quando se tem em vista usar \exists num passo seguinte.

Introdução do Quantificador Universal ($I\forall$) (Generalização universal)

Prem	1.	$\forall x (Fx \rightarrow Gx)$	
1	2.	$Fa \rightarrow Ga$	1 $E\forall$
1	3.	$\forall x (Fx \rightarrow Gx)$	2 $I\forall$

Nota 1: “x” tem de substituir todas as ocorrências de “a”.

Nota 2: Só pode aplicar-se a regra quando a fórmula que contém “a” resultou da eliminação de um quantificador universal.

Introdução do Quantificador Existencial ($I\exists$) (Generalização existencial)

Prem	1.	$Fn \wedge Gn$	
1	2.	$\exists x (Fx \wedge Gx)$	1 $I\exists$

Nota 1: “x” tem de substituir todas as ocorrências de “n”.

Nota 2: A regra também pode ser usada para eliminar nomes arbitrários, como “a”.

Eliminação do Quantificador Existencial ($E\exists$) (Exemplificação existencial)

Prem	1.	$\exists x (Fx \wedge Gx)$	
Sup	2.	$Fa \wedge Ga$	
2	3.	Fa	2 $E\wedge$
2	4.	$\exists x Fx$	2 $I\exists$
1	5.	$\exists x Fx$	1,2-4 $E\exists$

Nota 1: A conclusão depende de 1 e de todas as premissas de que 4 dependem, exceto 2.

Nota 2: Em 2 elimina-se o quantificador existencial inserindo “a” em lugar de “x”. 4 tem de depender de 2, não pode conter qualquer ocorrência de “a” nem pode depender de quaisquer premissas ou suposições que contenham “a”, exceto 2.

Eliminação da Identidade ($E=$) (Lei de Leibniz)

Prem	1.	Fn	
Prem	2.	$n = o$	
1,2	3.	Fo	1,2 $E=$

Introdução da Identidade ($I=$)

Em qualquer passo de qualquer derivação pode-se introduzir “a = a” ou “n = n”, sem depender de quaisquer premissas.

Lógica I (FIL 120)
Universidade Federal de Ouro Preto
Professor Desidério Murcho

Lógica de Predicados

REGRAS DERIVADAS

Regras de equivalência

1. $\forall x Fx \equiv \neg \exists x \neg Fx$ [Definição de \forall]
2. $\exists x Fx \equiv \neg \forall x \neg Fx$ [Definição de \exists]
3. $\neg \forall x Fx \equiv \exists x \neg Fx$ [Negação de \forall]
4. $\neg \exists x Fx \equiv \forall x \neg Fx$ [Negação de \exists]
5. $\forall x Fx \equiv \forall y Fy$ [Redenominação de variáveis ligadas (RVL)]
6. $\exists x Fx \equiv \exists y Fy$ [Redenominação de variáveis ligadas (RVL)]
7. $\forall x \forall y Fxy \equiv \forall y \forall x Fxy$ [Permutação de quantificadores]
8. $\exists x \exists y Fxy \equiv \exists y \exists x Fxy$ [Permutação de quantificadores]
9. $\forall x \forall y (x = y) \equiv \forall x \forall y (y = x)$ [Reflexividade da identidade]

Regras de implicação

10. $\exists x \forall y Fxy \vdash \forall y \exists x Fxy$ [Permutação universal]
11. $\forall x Fx \vdash \exists x Fx$ [Exemplificação existencial]
12. $\forall x Fx \vdash Fn$ [Exemplificação particular]
13. $\vdash \forall x \forall y \forall z [(x = y) \wedge (y = z)] \rightarrow (x = z)$ [Transitividade da identidade]

Lei da identidade

14. $\vdash \forall x (x = x)$