

# Linguagem modal de predicados

## Desidério Murcho

Departamento de Filosofia, Universidade Federal de Ouro Preto

Recordemos os aspectos centrais da lógica clássica de predicados, para compreendermos depois melhor a linguagem modal de predicados.

A lógica clássica de predicados é uma **extensão** da lógica clássica proposicional. Isto significa que se preserva todas as validades da lógica proposicional, alargando-se contudo a teoria para dar conta de validades que a lógica proposicional não contemplava. É o caso do seguinte argumento:

Todos os seres humanos são mortais.  
Sócrates era um ser humano.  
Logo, Sócrates era mortal.

Se formalizarmos este argumento na lógica proposicional, a sua forma será inválida:

P  
Q  
 $\therefore R$

Contudo, o argumento é obviamente válido. A lógica clássica de predicados dá conta da sua validade, introduzindo-se para isso quantificadores, predicados e nomes. Assim, o argumento anterior é formalizado como se segue:

$\forall x (Hx \rightarrow Mx)$   
 $Hn$   
 $\therefore Mn$

A lógica modal de predicados limita-se a acrescentar os operadores de necessidade e possibilidade que já conhecemos à lógica de predicados que também já conhecemos. Contudo, este simples aditamento acarreta uma floresta de problemas filosóficos e lógicos, que só muito superficialmente serão abordados nas aulas.

Recordemos que os operadores de possibilidade e necessidade se comportam sintaticamente como o operador de negação. Logo, as seguintes são fórmulas bem formadas:

- 1) Sócrates não é necessariamente ateniense:  $\neg\Box Fn$ .
- 2) Não é necessário que Sócrates seja ateniense:  $\neg\Box Fn$ .
- 3) Necessariamente, Sócrates não é ateniense:  $\Box\neg Fn$ .
- 4) Sócrates é necessariamente ateniense:  $\Box Fn$ .
- 5) Necessariamente, Sócrates é ateniense:  $\Box Fn$ .

*Exercícios:* sendo P “Sócrates é ateniense” formalize as seguintes afirmações:

- 6) Sócrates não é possivelmente ateniense:
- 7) Não é possível que Sócrates seja ateniense:
- 8) Possivelmente, Sócrates não é ateniense:
- 9) Sócrates é possivelmente ateniense:
- 10) Possivelmente, Sócrates é ateniense:
- 11) Sócrates não tem de ser ateniense:
- 12) Sócrates tem de ser ateniense:
- 13) Sócrates não pode ser ateniense:
- 14) Sócrates pode ser ateniense:

*Exercícios:* Sendo  $Fx$  o predicado “ $x$  é feliz”,  $Gx$  o predicado “ $x$  é imortal” e  $n$  o nome “Kierkegaard” exprima em português as seguintes formas proposicionais:

- 15)  $Fn \rightarrow \Box Gn$ :
- 16)  $\Box Fn \rightarrow Gn$ :
- 17)  $\Box(Fn \rightarrow Gn)$ :
- 18)  $Fn \vee \Diamond Gn$ :
- 19)  $\Diamond Fn \vee Gn$ :
- 20)  $\Diamond(Fn \vee Gn)$ :
- 21)  $Fn \wedge \Diamond Gn$ :
- 22)  $\Diamond Fn \wedge Gn$ :
- 23)  $\Diamond(Fn \wedge Gn)$ :
- 24)  $\neg Fn \Leftrightarrow \Box\neg Gn$ :
- 25)  $\neg Fn \Leftrightarrow \neg\Box Gn$ :
- 26)  $\Box(\neg Fn \Leftrightarrow \neg\Box Gn)$ :

A linguagem modal de predicados fica consideravelmente mais sofisticada quando se introduzem quantificadores. Recordando uma vez mais que os operadores de necessidade e possibilidade se comportam exatamente como o operador de negação, as seguintes são fórmulas bem formadas:

1.  $\Box \forall x (Hx \rightarrow Mx)$  [Necessariamente, todos os seres humanos são mortais.]
2.  $\forall x \Box (Hx \rightarrow Mx)$  [De tudo o que existe, necessariamente, se é um ser humano, é mortal.]
3.  $\forall x (\Box Hx \rightarrow Mx)$  [De tudo o que existe, se algo é necessariamente um ser humano, então é mortal.]

4.  $\forall x (Hx \rightarrow \Box Mx)$  [De tudo o que existe, se algo é um ser humano, é necessariamente mortal.]

Como veremos, as fórmulas 1 e 2 são equivalentes em certos sistemas de lógica, mas não noutros.

*Exercícios:* Sendo  $Fx$  “ $x$  é um deus” e  $Gx$  “ $x$  é eterno”, formalize as proposições expressas a seguir, assinalando as ambigüidades que encontrar:

- 27) Se há deuses, então há algo necessariamente eterno:
- 28) Necessariamente, se há deuses, há algo eterno:
- 29) Possivelmente, se não há deuses, nada há de necessariamente eterno:
- 30) É possível que alguns deuses não sejam eternos necessariamente:
- 31) Não é necessário que todos os deuses sejam possivelmente eternos:
- 32) Se algo é eterno, então é possivelmente um deus:
- 33) Se algo é possivelmente eterno, então é necessariamente um deus:
- 34) Se nada é necessariamente eterno, nenhum deus é possível:
- 35) Ou a existência de deuses é impossível, ou algo é necessariamente eterno:
- 36) Possivelmente, é necessário que qualquer deus seja possivelmente eterno:
- 37) Necessariamente, é possível que qualquer deus seja necessariamente eterno: