

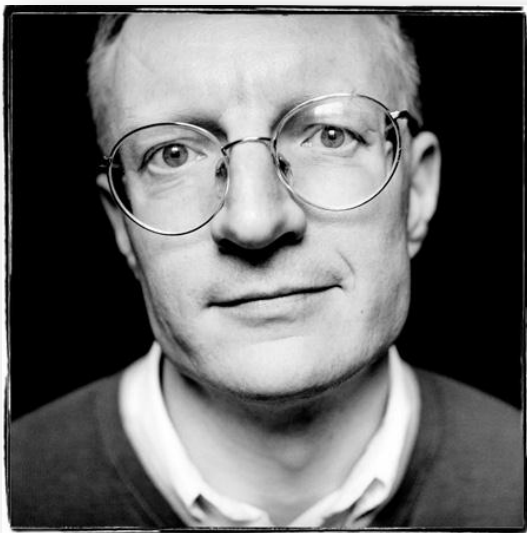
# LÓGICA I

---

Desidério Murcho

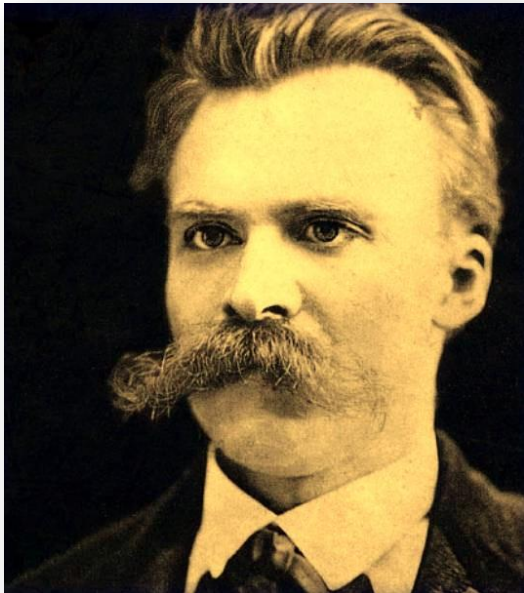
Universidade Federal de Ouro Preto

Timothy  
Williamson



“A lógica é semelhante à boa poesia: uma imaginação precisa e radical, uma forma elegante e poderosa, as expressões exatas na ordem exata, variações subtis de um tema, uma articulação estranha do comum, uma reflexão na linguagem sobre a linguagem e a sua relação com o mundo, profundidade conseguida por meio de uma precisão escrupulosa.”

## Friedrich Nietzsche



“Aprender a pensar: não há mais noção disso nas nossas escolas. Mesmo nas universidades, mesmo entre os autênticos doutores da filosofia começa a desaparecer a lógica como teoria, como prática, como ofício. Leia-se os livros alemães: já não se tem a mais remota lembrança de que para pensar é necessária uma técnica, um plano de estudo, uma vontade de mestria — de que o pensar deve ser aprendido, tal como a dança deve ser aprendida, como uma espécie de dança.”

# APLICAÇÃO DA LÓGICA

---

Um exemplo

# Um diálogo de Platão

SÓCRATES – Com quem conversas agora? Comigo, sem dúvida?

ALCIBÍADES – Sim.

SÓC. – E eu contigo?

ALC. – Sim.

SÓC. – Quem fala, portanto, é Sócrates?

ALC. – Certamente.

SÓC. – E quem ouve é Alcibíades?

ALC. – Sim.

SÓC. – E Sócrates usa palavras ao falar?

ALC. – Claro.

SÓC. – E tu dirás que falar e usar palavras é a mesma coisa?

ALC. – Claro.

SÓC. – Mas quem usa e o que ele usa são coisas diferentes, não?

# Um diálogo de Platão

ALC. – Que queres dizer?

SÓC. – Por exemplo, não é verdade que um sapateiro usa diversas ferramentas?

ALC. – Sim.

SÓC. – E quem faz os cortes e usa as ferramentas é muito diferente daquilo que se usa ao fazer os cortes, não?

ALC. – Claro.

SÓC. – E, do mesmo modo, o que o harpista usa ao tocar harpa será diferente do próprio harpista?

ALC. – Sim.

SÓC. – Pois bem! Era isto que eu perguntava há pouco: se quem usa e o que ele usa são sempre, na tua opinião, duas coisas diferentes.

ALC. – São coisas diferentes.

# Um diálogo de Platão

SÓC. – Que dizer então do sapateiro? Ele faz cortes só com as ferramentas, ou também com as mãos?

ALC. – Também com as mãos.

SÓC. – Portanto, ele usa também as mãos?

ALC. – Sim.

SÓC. – E ele usa também os olhos, ao fazer sapatos?

ALC. – Sim.

SÓC. – E já admitimos que quem usa e o que ele usa são coisas diferentes?

ALC. – Sim.

SÓC. – Então o sapateiro e o harpista são diferentes das mãos e olhos que eles usam no seu trabalho?

ALC. – Evidentemente.

# Um diálogo de Platão

SÓC. – E o homem usa também todo o seu corpo?

ALC. – Sem dúvida.

SÓC. – E nós dissemos que quem usa e o que ele usa são coisas diferentes?

ALC. – Sim.

SÓC. – Então o homem é diferente do seu próprio corpo?

ALC. – Parece que sim.

Platão, *Alcibíades I*, 129b-129e

Plato. *Alcibiades I & II*. Harvard, MA:

Harvard University Press, 1927.



# Interpretação filosófica

- Sócrates apresenta várias razões a favor de uma ideia
- Essa ideia é a primeira coisa a procurar, pois é a conclusão geral do texto
- Neste caso, a conclusão é que “o homem é diferente do seu próprio corpo”

# Identificação do argumento

- Uma vez conhecida a conclusão, torna-se mais fácil reconstruir o argumento ou argumentos
- Neste caso, Sócrates afirma que o homem usa o seu corpo. Esta ideia desempenha um papel importante, pois Sócrates dá vários exemplos em que quem usa uma coisa é diferente dessa coisa que é usada. Esta é, pois, a chave para compreender o argumento de Sócrates e uma das suas premissas fundamentais: quem usa uma coisa é diferente do que é usado.

# Argumentos no texto

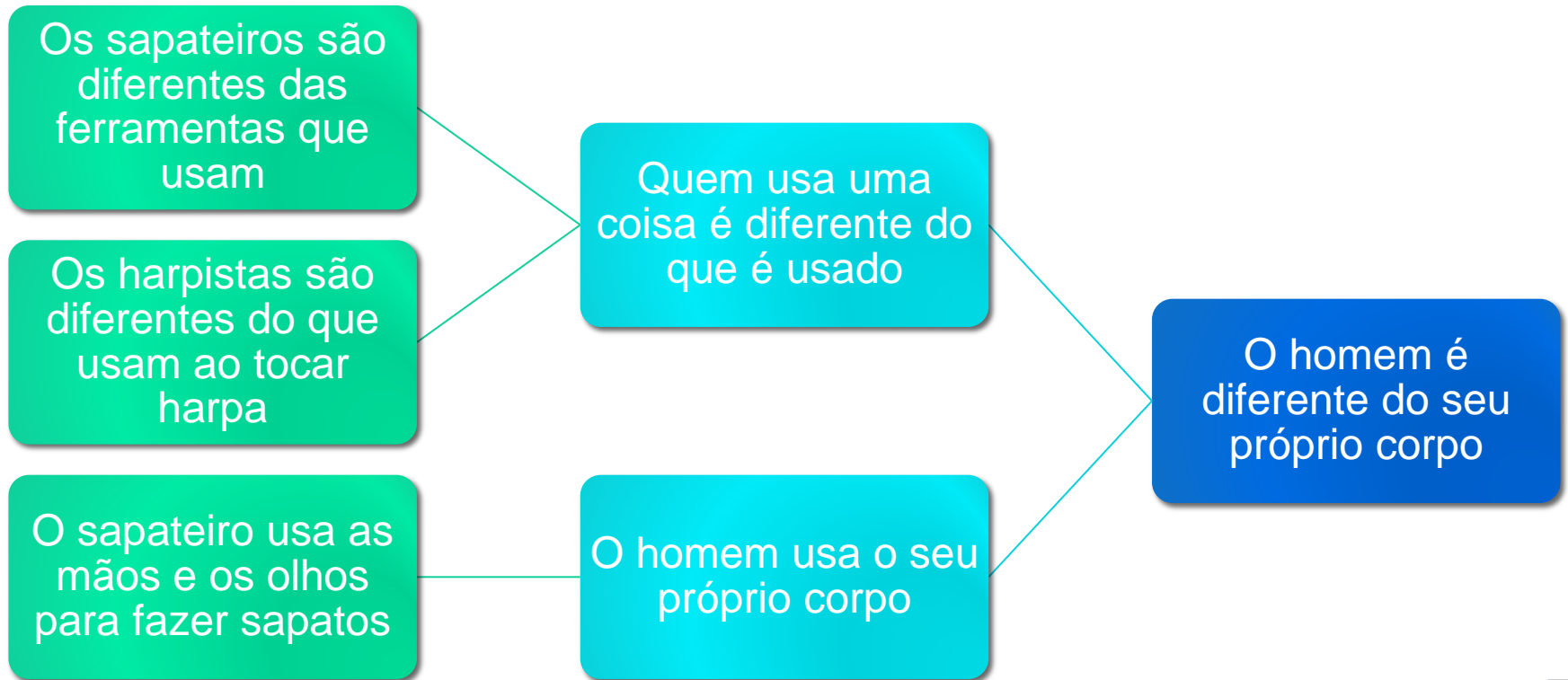
## Argumento principal

Quem usa uma coisa é diferente do que é usado. O homem usa o seu próprio corpo. Logo, o homem é diferente do seu próprio corpo.

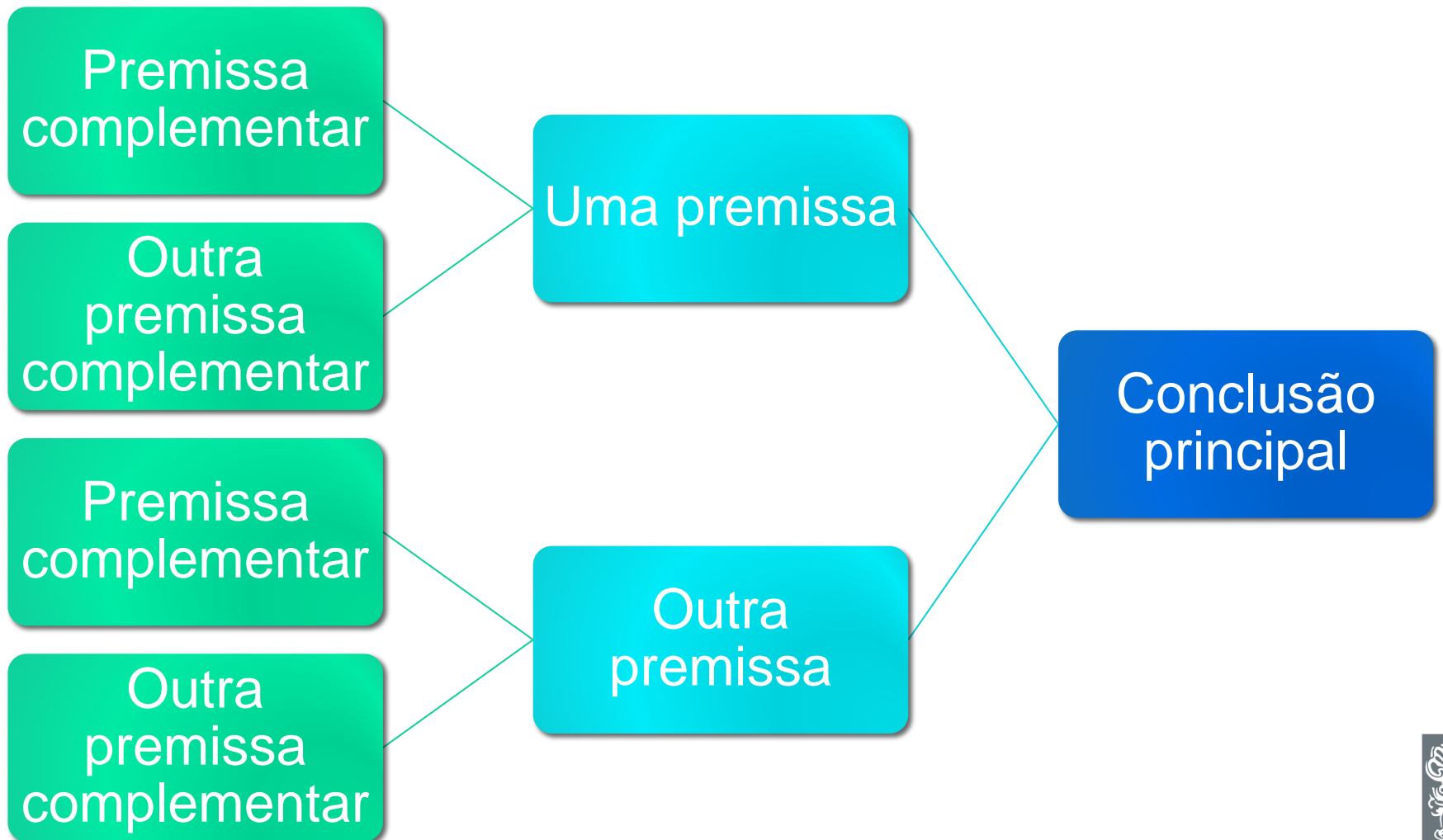
## Argumentos complementares

- Os sapateiros são diferentes das ferramentas que usam. Os harpistas são diferentes do que usam ao tocar harpa. Logo, quem usa uma coisa é diferente do que é usado.
- O sapateiro usa as mãos e os olhos para fazer sapatos. Logo, o homem usa o seu próprio corpo.

# Estrutura argumentativa



# Uma estrutura comum



# Validade?

- Quem usa uma coisa é diferente do que é usado.
- O homem usa o seu próprio corpo.
- Logo, o homem é diferente do seu próprio corpo.
  
- $\forall x \forall y (Uxy \rightarrow x \neq y)$
- $\forall x \forall y [(Hx \wedge Cy) \rightarrow Uxy]$
- $\vdash \forall x \forall y [(Hx \wedge Cy) \rightarrow x \neq y]$

# A importância da validade

- Se o argumento não for válido, é inútil discutir as suas premissas
  - Pois nesse caso, mesmo que as premissas sejam verdadeiras podemos rejeitar a conclusão
- Se as premissas do argumento não forem verdadeiras, também é irrelevante saber se é válido

Assim, precisamos das duas coisas:

**Para discutir um argumento precisamos de saber se é válido e se tem premissas verdadeiras (ou plausíveis)**

# LÓGICA DE PREDICADOS CLÁSSICA

---

## Introdução

# Porquê a lógica de predicados?

Alguns filósofos são gregos.

Logo, alguns gregos são filósofos.

P.

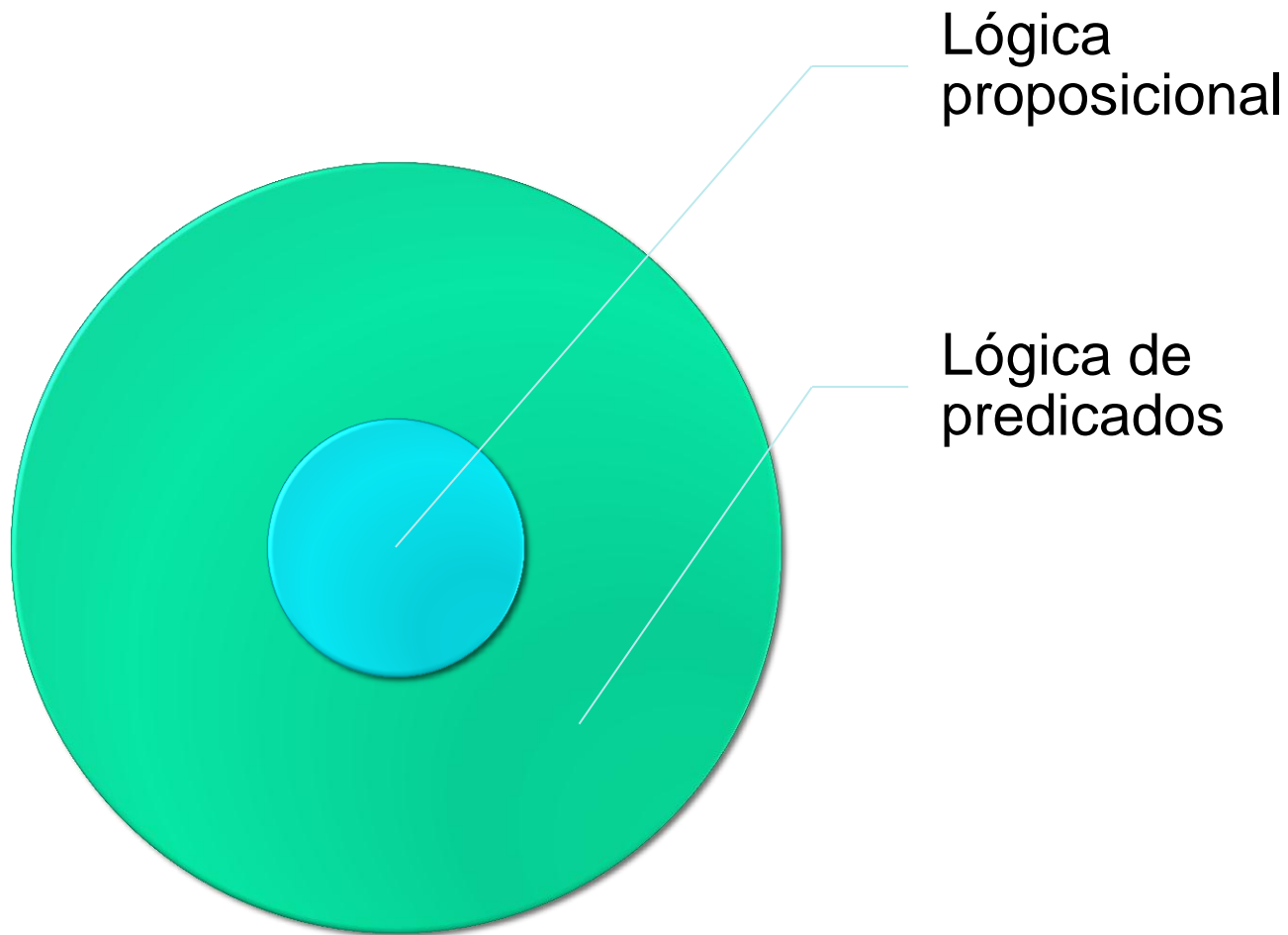
Logo, Q.

- Forma inválida, argumento original válido

# No interior das proposições

- “Alguns filósofos são gregos”
- “Alguns gregos são filósofos”
  - Termos cruciais em comum: “alguns,” “gregos” e “filósofos”
- A lógica proposicional **não capta** estes aspectos
- A lógica de predicados **capta** estes aspectos

# Duas lógicas?



# NOMES E PREDICADOS

---

Particulares e propriedades

# Primeiros passos

- “Aristóteles era grego”
- “O Brasil é um país”
- “O Jacinto é inteligente”
  - $Fn$
  - $F$  simboliza qualquer predicado: “ser grego”, “ser um país”, ser inteligente...
  - $n$  simboliza qualquer nome próprio: “Aristóteles”, “Brasil”, “Jacinto”

# Predicados e nomes

- Letras maiúsculas como *F*, *G*, *H*, etc.
  - Predicados
- Letras minúsculas como *n*, *m*, *o*, *r*, *s*, etc.
  - Nomes

# Particulares e propriedades

Linguagem		Mundo
Nomes	<i>referem</i>	particulares
Predicados	<i>exprimem</i>	propriedades

Um particular é algo que pode ter propriedades, mas não pode ser propriedade de coisa alguma.

As propriedades podem ter propriedades, como os particulares. Por exemplo, a propriedade da brancura tem a propriedade de ser uma cor.

# Formalizações elementares

1. Sócrates e Aristóteles eram gregos

- $F_n \wedge F_o$

# Formalizações elementares

1. Sócrates e Aristóteles eram gregos
  - $F_n \wedge F_o$
2. Wittgenstein era austríaco e rico
  - ?

# Formalizações elementares

1. Sócrates e Aristóteles eram gregos
  - $F_n \wedge F_o$
2. Wittgenstein era austríaco e rico
  - $F_n \wedge G_n$

# Formalizações elementares

1. Sócrates e Aristóteles eram gregos
  - $F_n \wedge F_o$
2. Wittgenstein era austríaco e rico
  - $F_n \wedge G_n$
3. Kant ou William James era alemão
  - $F_n \vee F_o$

# Formalizações elementares

1. Sócrates e Aristóteles eram gregos
  - $F_n \wedge F_o$
2. Wittgenstein era austríaco e rico
  - $F_n \wedge G_n$
3. Kant ou William James era alemão
  - $F_n \vee F_o$
4. Wittgenstein era austríaco ou alemão
  - $F_n \vee G_n$

# Formalizações elementares

1. Se Wittgenstein era austríaco, não era alemão
  - $F_n \rightarrow \neg G_n$
2. Se Platão era inteligente, Aristóteles também o era
  - $F_n \rightarrow F_o$
3. Aristóteles é um ser humano se, e só se, for racional
  - $F_n \Leftrightarrow G_n$

# QUANTIFICADOR EXISTENCIAL

---

Conjunção, negação e relações

# Quantificadores em português

- **Algumas** mulheres são filósofas
- **Todas** as ilusões são perigosas
- A maior parte dos filósofos não sabe alemão
- Quase todos os deuses são clementes
- Há pelo menos três filósofos escandinavos

# Quantificador existencial

- Algumas mulheres são alemãs
  - Algumas coisas que são mulheres são **também** alemãs
  - Há coisas que têm a propriedade de serem **simultaneamente** mulheres e alemãs
- Algumas mulheres não são alemãs
  - Algumas coisas que são mulheres **não** são alemãs
  - Há coisas que têm a propriedade de serem mulheres **mas não** a propriedade de serem alemãs

# Quantificador existencial em logiquês

- Alguns F são G
  - Há coisas que são F e G
  - $\exists x (Fx \wedge Gx)$
- Alguns F não são G
  - Há coisas que são F e não são G
  - $\exists x (Fx \wedge \neg Gx)$

# Alguns e conjunção

- “Alguns homens são gregos” esconde uma **conjunção**
- Em logiquês essa conjunção fica explícita

# Logiquês

Nomes	Predicados	Quantificadores	Variáveis
$n, m, o, \dots$	$F, G, H, \dots$	$\exists, \forall$	$x, y, z, w, \dots$

# Âmbito

- $\exists x (Fx \wedge Gx)$ 
  - Algumas mulheres são brasileiras
- $\exists x Fx \wedge \exists x Gx$ 
  - Há mulheres e borboletas
  - Mas não há mulheres que sejam borboletas
    - $\neg \exists x (Fx \wedge Gx)$

# Âmbito da negação

- Para que uma proposição seja a negação de outra
  - Não podem ser ambas verdadeiras nem ambas falsas
  - A negação tem de ter o âmbito mais longo

# Âmbito da negação

- Alguns filósofos são infalíveis
  - $\exists x (Fx \wedge Gx)$
- Alguns filósofos não são infalíveis
  - $\exists x (Fx \wedge \neg Gx)$
- É falso que alguns filósofos sejam infalíveis
  - $\neg \exists x (Fx \wedge Gx)$

# Propriedades e relações

- Platão foi professor de Aristóteles
  - Relação binária
  - $Fno$
- S. Paulo fica entre Natal e Porto Alegre
  - Relação ternária
  - $Fnor$

# Quantificador, nome, relação...

- Boécio gosta de alguém
  - $\exists x Fnx$
- Alguém gosta de Boécio
  - $\exists x Fxn$
- Alguém gosta de alguém
  - $\exists x \exists y Fxy$
- Há quem goste de si próprio
  - $\exists x Fxx$

## ... e negação

- Boécio não gosta seja de quem for
  - $\neg \exists x Fnx$
- Ninguém gosta de Boécio
  - $\neg \exists x Fxn$
- Ninguém gosta de si próprio
  - $\neg \exists x Fxx$
- Ninguém gosta de alguém
  - $\neg \exists x \exists y Fxy$  ? (Ninguém gosta de ninguém)
  - $\exists x \neg \exists y Fxy$  ? (Há alguém do qual ninguém gosta)

# QUANTIFICADOR UNIVERSAL

---

Condicional, negação e relações

# Quantificador universal

- Todos os deuses são clementes
  - Se algo for um deus, então é clemente
  - Este tipo de afirmação esconde uma condicional
  - Em logiquês isso fica explícito
- $\forall x (Fx \rightarrow Gx)$

# Contraste

- Alguns filósofos são aborrecidos
  - Conjunção
  - $\exists x (Fx \wedge Gx)$
- Todos os filósofos são aborrecidos
  - Condicional
  - $\forall x (Fx \rightarrow Gx)$

# Negação, existenciais e universais

- Não é verdade que todos os filósofos sejam ilustres
  - $\neg \forall x (Fx \rightarrow Gx)$
- Negar “todos” é afirmar “alguns não”
  - $\exists x \neg (Fx \rightarrow Gx)$
- Negar uma condicional é afirmar uma conjunção com o segundo conjunto negado
  - $\neg (P \rightarrow Q) \equiv P \wedge \neg Q$
  - $\exists x \neg (Fx \rightarrow Gx) \equiv \exists x (Fx \wedge \neg Gx)$

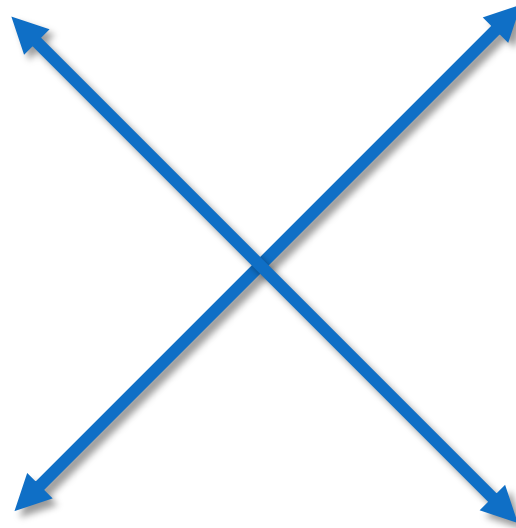
# Negar proposições quantificadas

- $\neg \forall x (Fx \rightarrow Gx) \equiv \exists x (Fx \wedge \neg Gx)$ 
  - É falso que todos os homens são filósofos
  - Há homens que não são filósofos
- $\neg \exists x (Fx \wedge Gx) \equiv \forall x (Fx \rightarrow \neg Gx)$ 
  - É falso que alguns mortais sejam felizes
  - Nenhum mortal é feliz
    - Se alguém é mortal, então não é feliz

# Negações genuínas e enganadoras

Todos os filósofos são gregos  
 $\forall x (Fx \rightarrow Gx)$

Nenhuns filósofos são gregos  
 $\forall x (Fx \rightarrow \neg Gx)$



Alguns filósofos são gregos  
 $\exists x (Fx \wedge Gx)$

Alguns filósofos não são gregos  
 $\exists x (Fx \wedge \neg Gx)$

# Marcianos e condicionais

- As condicionais só são falsas quando a antecedente é verdadeira e a consequente falsa
- Logo, qualquer condicional com uma antecedente falsa é verdadeira, independentemente do valor de verdade da consequente
- Logo, é verdade que
  - Todos os marcianos são louros
    - $\forall x (Fx \rightarrow Gx)$
  - Existe pelo menos uma coisa que se é marciana, é loura
    - $\exists x (Fx \rightarrow Gx)$

# Erro comum

- Toda a água é  $H_2O$  (verdadeiro)
  - $\forall x (Fx \rightarrow Gx)$  — correto
  - $\forall x (Fx \wedge Gx)$  — incorreto
    - Tudo é água e  $H_2O$  (falso)

# Erro comum

- Alguns marcianos são louros (falso)
  - $\exists x (Fx \wedge Gx)$  — correto
  - $\exists x (Fx \rightarrow Gx)$  — incorreto
    - Em alguns casos, se algo for marciano, é louro (verdadeiro)

# Relações

- Todas as coisas têm uma causa
- Todas as pessoas falam uma língua
  - $\forall y \exists x Cxy$
- Há uma causa para todas as coisas
- Há uma língua que toda a gente fala
  - $\exists x \forall y Cxy$

# IDENTIDADE

---

# Ambiguidade do “é”

- George Orwell **é** perspicaz
  - Predicação
  - $F_n$
- George Orwell **é** Eric Blair
  - Identidade
  - $n = 0$

# Contraste

## Predicação

- Atribui-se um predicado a algo

## Identidade

- Não se atribui qualquer predicado
- Ocorre apenas entre dois nomes próprios

# DESCRIÇÕES DEFINIDAS

---

# O tal e tal

- As descrições definidas são expressões como “O tal e tal”
  - O autor da *República*
  - O presidente da Índia
  - O país mais rico do mundo
- Superficialmente, funcionam como nomes, pois servem para designar uma só coisa
- Uma descrição definida é imprópria quando designa mais de uma coisa
  - O senador do Brasil
  - O estudante da UFOP de calções e chinelos
  - A cidade do Brasil

# Um tal e tal

- As descrições definidas contrastam com as descrições indefinidas
  - Um senador do Brasil
  - Um país de clima ameno
  - Uma mulher simpática
- As descrições indefinidas não são visam especificar uma só coisa
  - Não são como nomes
- As descrições definidas visam especificar uma só coisa
  - Nesse aspecto, são como nomes

# Completar descrições

- As descrições definidas não fazem, isoladamente, qualquer afirmação
- Também neste aspecto, são como os nomes
  - José
  - Maria
  - Platão
  - O autor da *República*
  - O professor de Aristóteles
  - O aluno de Sócrates

# Dois modos de completar

- “Platão era grego”
  - Predicação
- “Lula é Luís Inácio da Silva”
  - Identidade
- “O autor da *República* era grego”
- “O autor da *República* é Platão”

# Como formalizar?

- “O autor da *República* era grego”
  - ...  $Gx$
- “O autor da *República* é Platão”
  - ...  $= n$
- “O autor da República”?

# Duas cláusulas

- “O autor da *República*”
  1. Alguém é autor da *República*
    - $\exists x Fx$
  2. Só uma pessoa foi autora da *República*
    - $\forall y (Fy \rightarrow y = x)$
- $\exists x [Fx \wedge \forall y (Fy \rightarrow y = x)]$

# Duas formas lógicas

- “O autor da *República* era grego”
  - $\exists x [Fx \wedge \forall y (Fy \rightarrow y = x) \wedge Gx]$
- “O autor da *República* é Platão”
  - $\exists x [Fx \wedge \forall y (Fy \rightarrow y = x) \wedge x = n]$

# Duas descrições definidas

- “O autor da *República* é o professor de Aristóteles”
- $\exists x [Fx \wedge \forall y (Fy \rightarrow y = x) \wedge \exists z [Gz \wedge \forall y (Gy \rightarrow y = z) \wedge x = z]$