INSPETORES DE CIRCUNSTÂNCIAS

Desidério Murcho
Departamento de Filosofia da Universidade Federal de Ouro Preto

Inspetor de circunstâncias

- Um inspetor de circunstâncias é um dispositivo gráfico que permite determinar se a forma lógica de um argumento proposicional verofuncional é ou não válida.

UFOP

Exemplo de validade

Aristóteles e Platão eram gregos.
Logo, Aristóteles era grego.

Exemplo de validade

Aristóteles e Platão eram gregos.
Logo, Aristóteles era grego.

P: Aristóteles era grego.
Q: Platão era grego.

Exemplo de validade

Aristóteles e Platão eram gregos.
Logo, Aristóteles era grego.

P: Aristóteles era grego.
Q: Platão era grego.

$P \wedge Q$
Logo, P

Exemplo de validade

Aristóteles e Platão eram gregos.
Logo, Aristóteles era grego.

P: Aristóteles era grego.
Q: Platão era grego.

$P \wedge Q$
Logo, P

P Q	$P \wedge Q \models P$

Exemplo de validade

Aristóteles e Platão eram gregos.
Logo, Aristóteles era grego.

P: Aristóteles era grego.
Q: Platão era grego.

$P \wedge Q$
Logo, P

P Q	$P \wedge Q \models P$
V V	
V F	
F V	
F F	

UFOP

Exemplo de validade

Aristóteles e Platão eram gregos.
Logo, Aristóteles era grego.

P: Aristóteles era grego.
Q: Platão era grego.

$P \wedge Q$
Logo, P

P Q	$P \wedge Q \models P$
V V	V
V F	V
F V	F
F F	F

Exemplo de validade

Aristóteles e Platão eram gregos.
Logo, Aristóteles era grego.

P: Aristóteles era grego.
Q: Platão era grego.

$P \wedge Q$
Logo, P

P Q	$P \wedge Q \vDash P$	
V V	V	V
V F		V
F V		F
F F		F

Exemplo de validade

Aristóteles e Platão eram gregos.
Logo, Aristóteles era grego.

P: Aristóteles era grego.
Q: Platão era grego.

$P \wedge Q$
Logo, P

P Q	$P \wedge Q \vDash P$	
V V	V	V
V F	F	V
F V		F
F F		F

Exemplo de validade

Aristóteles e Platão eram gregos.
Logo, Aristóteles era grego.

P: Aristóteles era grego.
Q: Platão era grego.

$P \wedge Q$
Logo, P

P Q	$P \wedge Q \models P$
V V	V V
V F	F V
F V	F F
F F	F F

UFOP

Exemplo de validade

Aristóteles e Platão eram gregos.
Logo, Aristóteles era grego.

P: Aristóteles era grego.
Q: Platão era grego.

$P \wedge Q$
Logo, P

P Q	$P \wedge Q \models P$	
V V	V	V
V F	F	V
F V	F	F
F F	F	F

Há alguma circunstância em que a premissa é verdadeira e a conclusão falsa?

Se há, o argumento tem uma forma inválida.
(Pode ser válido, mas não é formalmente válido.)

Se não há, o argumento é válido.

UFOP

Exemplo de invalidade

Aristóteles ou Platão eram gregos.
Logo, Aristóteles era grego.

P: Aristóteles era grego.
Q: Platão era grego.

$P \vee Q$
Logo, P

P Q	$P \vee Q \vDash P$	
V V	V	V
V F	V	V
F V	V	F
F F	F	F

Apesar de o argumento ter premissa e conclusão verdadeira, tem uma forma inválida porque a conclusão poderia ser falsa sendo a premissa verdadeira. Imagine-se que Aristóteles era persa e Platão grego; nesse caso, a premissa do argumento é verdadeira e a conclusão falsa.

Aristóteles ou Platão escreveu a *República.*
Logo, Aristóteles escreveu a *República.*

UFOP

Validade com duas premissas

O João está em Ouro Preto ou em Brasília.
O João não está em Ouro Preto.
Logo, está em Brasília.

P: O João está em Ouro Preto.
Q: O João está em Brasília.

$P \vee Q$
$\neg P$
Logo, Q

P Q	$P \vee Q$,	$\neg P$	$\vDash Q$
V V	V	F	V
V F	V	F	F
F V	V	V	V
F F	F	V	F

O argumento é válido porque não há qualquer circunstância na qual as premissas sejam verdadeiras e a conclusão falsa.

A ordem das premissas é irrelevante.

É irrelevante haver circunstâncias nas quais a conclusão é falsa, desde que nessas circunstâncias as premissas não sejam **todas** verdadeiras.

Invalidade com duas premissas

O conhecimento é possível ou os cépticos estão enganados.
O conhecimento é possível.
Logo, os cépticos estão enganados.

P: O conhecimento é possível.
Q: Os cépticos estão enganados.

$P \vee Q$
P
Logo, Q

P Q	$P \vee Q$, $P \models Q$		
V V	V	V	V
V F	V	V	F
F V	V	F	V
F F	F	F	F

O argumento tem uma forma inválida, dado haver uma circunstância na qual as premissas são verdadeiras e a conclusão falsa.

A forma é inválida apesar de em algumas circunstâncias as premissas e a conclusão serem verdadeiras.

UFOP

O que mostram os inspetores?

- Os inspetores de circunstâncias mostram o que significa dizer que num argumento válido é impossível as premissas serem verdadeiras e a conclusão falsa.
- Mostram por que razão é absurdo rejeitar a conclusão de um argumento válido se aceitarmos as suas premissas: porque se o argumento for válido e as premissas verdadeiras não há qualquer maneira de a conclusão ser falsa.

UFOP

Formas atômicas e moleculares

- Uma **forma proposicional atômica** não contém quaisquer operadores verofuncionais
  - A vida faz sentido (P)
- Uma **forma proposicional molecular** contém operadores verofuncionais
  - A vida não faz sentido (¬P)

Aplicação de operadores

- Podemos aplicar qualquer operador a formas proposicionais atômicas
  - Fazemos $\neg$ operar sobre P e ficamos com $\neg P$
  - Fazemos $\rightarrow$ operar sobre P e Q e ficamos com $P \rightarrow Q$

UFOP

Aplicação de operadores

- Podemos aplicar qualquer operador a formas proposicionais **moleculares**
  - Fazemos $\neg$ operar sobre $\neg P$ e ficamos com $\neg\neg P$
  - Fazemos $\vee$ operar sobre $\neg P$ e Q e ficamos com $\neg P \vee Q$

Exercício

P Q	$P \rightarrow Q,\ Q \rightarrow P \models \neg P \vee Q$			
V V	V	V	F	V
V F	F	V	F	F
F V	V	F	V	V
F F	V	V	V	V

Diferenças de âmbito

- Não é verdade que se a desigualdade é sempre injusta, Marx tem razão
  - $\neg(P \rightarrow Q)$
- Se a desigualdade não é sempre injusta, Marx tem razão
  - $\neg P \rightarrow Q$

Diferenças de âmbito

- Não é verdade que se o João está em Ouro Preto, está com a namorada
  - $\neg(P \rightarrow Q)$
- Se o João não está em Ouro Preto, está com a namorada
  - $\neg P \rightarrow Q$

UFOP

Noção de âmbito

- O âmbito de um operador é a proposição ou proposições que esse operador afeta
  - $\neg(P \rightarrow Q)$
    - A negação tem **âmbito longo**: afeta a condicional
    - A condicional tem **âmbito curto**: só afeta P e Q
  - $\neg P \rightarrow Q$
    - A negação tem **âmbito curto**: só afeta P
    - A condicional tem **âmbito longo**: afeta a negação de P

UFOP

Noção de âmbito

- $\neg(P \rightarrow Q)$
  - Esta forma proposicional é uma negação
  - É a negação de uma condicional
  - Operador principal: negação
- $\neg P \rightarrow Q$
  - Esta forma proposicional é uma condicional
  - É uma condicional que tem uma negação por antecedente
  - Operador principal: condicional

UFOP

Operador principal

- Uma forma proposicional só pode ter um operador principal.

Tabelas de verdade diferentes

P Q	$\neg(P \to Q)$	
V V	F	V
V F	V	F
F V	F	V
F F	F	V

P Q	$\neg P \to Q$	
V V	F	V
V F	F	V
F V	V	V
F F	V	F

As **condições de verdade** são diferentes.

Uma proposição com a primeira forma lógica só é verdadeira quando P é verdadeira e Q falsa.

Uma proposição com a segunda forma lógica é verdadeira em todas as circunstâncias, exceto quando P e Q são ambas falsas.

UFOP

Exercícios

- Qual é o operador principal?
  - $P \rightleftarrows (\neg Q \wedge P)$
  - $P \wedge \neg(Q \wedge P)$
  - $\neg(P \wedge \neg(Q \wedge P))$

Exercícios

- Formalize:
  - Não há felicidade nem justiça.
    - $\neg P \wedge \neg Q$
  - Não é verdade que há ou felicidade ou justiça.
    - $\neg(P \vee Q)$
  - Não há felicidade ou justiça.
    - $\neg P \vee Q$?
    - $\neg(P \vee Q)$?

UFOP

Formas válidas comuns

- Silogismo hipotético

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ Q \rightarrow R \\ \hline \therefore P \rightarrow R \end{array}$$

- Silogismo disjuntivo

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ \neg P \\ \hline \therefore Q \end{array}$$

- Dilema

$$\begin{array}{l} P \vee Q \\ P \rightarrow R \\ Q \rightarrow R \\ \hline \therefore R \end{array}$$

- Contraposição

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ \hline \therefore \neg Q \rightarrow \neg P \end{array}$$

Confusões comuns

Forma válida	Forma falaciosa

- *Modus ponens*

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ P \\ \hline \therefore Q \end{array}$$

- Afirmação da conseqüente

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ Q \\ \hline \therefore P \end{array}$$

UFOP

Confusões comuns

Formas válidas

- *Modus ponens*

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ P \\ \hline \therefore\ Q \end{array}$$

- *Modus tollens*

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ \neg Q \\ \hline \therefore\ \neg P \end{array}$$

Formas falaciosas

- Afirmação da conseqüente

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ Q \\ \hline \therefore\ P \end{array}$$

- Negação da antecedente

$$\begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ \neg P \\ \hline \therefore\ \neg Q \end{array}$$

Confusões comuns

Argumento válido	Argumento falacioso
Se Marx tem razão, toda a desigualdade é injusta. Marx tem razão. Logo, toda a desigualdade é injusta.	Se Marx tem razão, toda a desigualdade é injusta. Toda a desigualdade é injusta. Logo, Marx tem razão.

Confusões comuns

Argumentos válidos	Argumentos falaciosos
Se Marx tem razão, toda a desigualdade é injusta. Marx tem razão. Logo, toda a desigualdade é injusta.	Se Marx tem razão, toda a desigualdade é injusta. Toda a desigualdade é injusta. Logo, Marx tem razão.
Se Deus existe, a vida tem sentido. A vida não tem sentido. Logo, Deus não existe.	Se Deus existe, a vida tem sentido. Deus não existe. Logo, a vida não tem sentido.

UFOP

Exercícios

1. Demonstrar a validade e invalidade das formas comuns recorrendo a inspetores de circunstâncias
2. Identificar a forma dos argumentos seguintes, e determinar se são válidos:
   a) Se a coragem é filha do medo, o medo é pai da coragem. Logo, se o medo não é pai da coragem, a coragem não é filha do medo.
   b) Se temos livre-arbítrio, Sartre tinha razão. Ora, Sartre tinha razão. Logo, temos livre-arbítrio.

Fases da avaliação de argumentos

Expressão canônica

Hodiernamente não se pode já ter a ilusão de que a ética não é relativa. A alternativa imposta é entre a relatividade da ética e a implausibilidade do absolutismo, e esta última tem sido sublinhada por todos os pensadores da contemporaneidade.

A ética é relativa ou o absolutismo é implausível.

O absolutismo é implausível.

Logo, a ética é relativa.

UFOP

Interpretação e formalização

P: A ética é relativa.

Q: O absolutismo é plausível.

$P \vee \neg Q$

$\neg Q$

$\therefore P$

Inspetor de circunstâncias

P Q	P ∨ ¬Q , ¬Q ⊨ P
V V	V F F V
V F	V V V V
F V	F F F F
F F	V V V F

Análise

O argumento original não tem uma forma lógica válida, pois há uma circunstância na qual as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa.

UFOP

Resumo

1. Expressão canônica

- Formula-se as premissas e conclusão na sua expressão canônica

2. Interpretação

- Atribui-se variáveis proposicionais às premissas e conclusão do argumento

3. Formalização

- Exibe-se a forma lógica do argumento

Resumo

4. Inspetor de circunstâncias

- Constrói-se o inspetor, separando cada premissa com vírgulas

5. Análise

- Interpreta-se os resultados do inspetor de circunstâncias

UFOP

Duas aplicações

Negações e equivalências surpreendentes

Clarificação da linguagem

- A lógica estuda a argumentação, mas para o fazer clarifica a linguagem e esse é um aspecto crucial para qualquer atividade primariamente cognitiva, como é o caso da filosofia
- Queremos clarificar a linguagem porque queremos saber exatamente o que estamos a dizer ou a pensar, para podermos avaliar essas idéias rigorosamente, em vez de nos limitarmos a apreciá-las

UFOP

Negar condicionais

Não concordo que:

Se temos livre-arbítrio, Sartre tem razão

Logo, defendo que:

Se não temos livre-arbítrio, Sartre não tem razão

Logo, defendo que:

Temos livre-arbítrio e Sartre não tem razão

UFOP

Negar condicionais

Não concordo que:

Se temos livre-arbítrio, Sartre tem razão

~~**Logo, defendo que:**~~

~~Se não temos livre-arbítrio, Sartre não tem razão~~

Logo, defendo que:

Temos livre-arbítrio e Sartre não tem razão

Negar condicionais

Não concordo que:
Se temos livre-arbítrio, Sartre tem razão

Temos livre-arbítrio e Sartre não tem razão

P Q	¬(P → Q)	
V V	F	V
V F	V	F
F V	F	V
F F	F	V

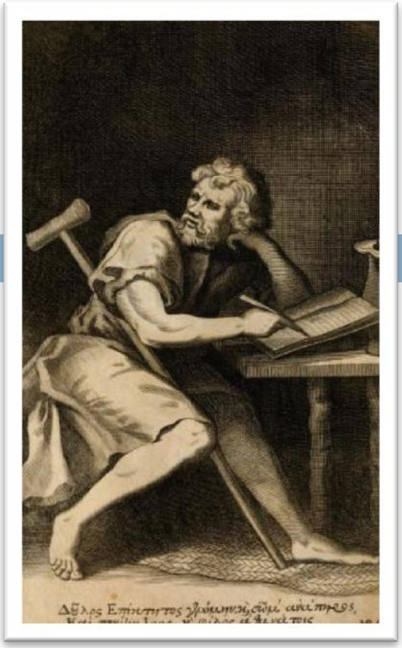
P Q	¬P → ¬Q		
V V	F	V	F
V F	F	V	V
F V	V	F	F
F F	V	V	V

P Q	P ∧ ¬Q	
V V	F	F
V F	V	V
F V	F	F
F F	F	V

Se não temos livre-arbítrio, Sartre não tem razão

UFOP

Pergunta epictetiana



- Se sem lógica nem sabemos negar corretamente idéias simples, como saberemos discutir corretamente idéias complexas?

Negações proposicionais

Designação	Forma original	Resultado da negação
Negação da condicional	$\neg(P \rightarrow Q)$	$P \wedge \neg Q$
Negação da bicondicional	$\neg(P \leftrightarrow Q)$	$(P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q)$
Negação da conjunção	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg P \vee \neg Q$
Negação da disjunção	$\neg(P \vee Q)$	$\neg P \wedge \neg Q$

Chama-se **leis de De Morgan** à negação da conjunção e da disjunção, em nome de Augustus De Morgan (1806-1871)

UFOP

Equivalências proposicionais

- Duas formas proposicionais são equivalentes quando têm as mesmas condições de verdade

P Q	P → Q
V V	V
V F	F
F V	V
F F	V

P Q	¬P ∨ Q	
V V	F	V
V F	F	F
F V	V	V
F F	V	V

UFOP

Algumas equivalências proposicionais

Algumas equivalências proposicionais	
$P \rightarrow Q$	$\neg P \vee Q$
$P \rightleftarrows Q$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$
$P \vee Q$	$\neg(\neg P \wedge \neg Q)$
$P \wedge Q$	$\neg(\neg P \vee \neg Q)$
P	$\neg\neg P$

UFOP

Argumentos com três variáveis

Um exemplo

Argumento

O conhecimento é possível ou os cépticos estão enganados.
Se o conhecimento é possível, o que os cépticos dizem é uma fantasia.
Se os cépticos estão enganados, o que eles dizem também é uma fantasia.
Logo, em qualquer dos casos, o que os cépticos dizem é uma fantasia.

Interpretação

P: O conhecimento é possível.
Q: Os cépticos estão enganados.
R: O que os cépticos dizem é uma fantasia.

Forma lógica

$P \vee Q$
$P \rightarrow R$
$Q \rightarrow R$
$\therefore R$

Um exemplo

Forma lógica

$P \vee Q$

$P \rightarrow R$

$Q \rightarrow R$

$\therefore R$

P Q R	$P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow R \vDash R$
V V V	
V V F	
V F V	
V F F	

Um exemplo

Forma lógica

$P \vee Q$
$P \rightarrow R$
$Q \rightarrow R$
$\therefore R$

P Q R	$P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow R \vDash R$
V V V	
V V F	
V F V	
V F F	
F V V	
F V F	
F F V	
F F F	

UFOP

Um exemplo

Forma lógica

$P \vee Q$

$P \rightarrow R$

$Q \rightarrow R$

$\therefore R$

P Q R	$P \vee Q$,	$P \rightarrow R$,	$Q \rightarrow R$	$\vDash R$
V V V	V	V	V	V
V V F	V	F	F	F
V F V	V	V	V	V
V F F	V	F	V	F
F V V	V	V	V	V
F V F	V	V	F	F
F F V	F	V	V	V
F F F	F	V	V	F

Número de filas

- Sendo *n* o número de variáveis proposicionais, *x* é o número de filas: $2^n = x$
- 2 representa o número de valores de verdade (verdadeiro e falso)
- Sendo $n = 2$, temos 4 filas (2×2); sendo $n = 3$, temos 8 filas ($2 \times 2 \times 2$). E assim por diante.

UFOP

56

Variáveis de fórmula

Variáveis de fórmula

$(P \land Q) \rightarrow R$

$P \land Q$

$\therefore R$

$\neg P \rightarrow (R \land S)$

$\neg P$

$\therefore R \land S$

$A \rightarrow B$

A

$\therefore B$

Verdades e falsidades lógicas

E validades surpreendentes

Verdades e falsidades lógicas

- Se a vida é bela, a vida é bela
  - $P \rightarrow P$
- A vida é bela e não é bela
  - $P \wedge \neg P$

P	$P \rightarrow P$
V	V
F	V

P	$P \wedge \neg P$
V	F
F	F

Validades surpreendentes

- Qualquer argumento que tenha uma verdade lógica por conclusão é válido:
  - A relva é verde. Logo, se a vida é bela, a vida é bela.
    - $Q \vDash P \rightarrow P$

Validades surpreendentes

- Qualquer argumento que tenha uma falsidade lógica por premissa é válido.
  - A vida é bela e não é bela. Logo, Deus existe.
    - $P \land \neg P \models Q$

Validades surpreendentes

- Qualquer argumento cujas premissas se contradigam é válido.
  - A vida é bela. A vida não é bela. Logo, Deus existe.
    - $P, \neg P \models Q$

Validades informais

UFOP

Validades informais

O João é casado. Logo, não é solteiro.

- A validade deste argumento não é captável analisando apenas a forma lógica.
- É uma validade informal.
- A lógica formal não estuda este tipo de argumentos.

UFOP