

Lógica I (FIL 120)

Exercícios resolvidos do capítulo 3

Por Matheus Silva

Professor Desidério Murcho

Universidade Federal de Ouro Preto, Departamento de Filosofia

Página 77

2 – Demonstração dos seqüentes tautológicos do exercício 4 da página 53

b) $P \rightarrow \neg Q \vdash Q \rightarrow \neg P$

Prem	1.	$P \rightarrow \neg Q$	
Sup	2.	P	
Sup	3.	Q	
1,2	4.	$\neg Q$	1,2, E \rightarrow
1,2,3	5.	$Q \wedge \neg Q$	3,4, I \wedge
1,3	6.	$\neg P$	2-5, I \neg
1	7.	$Q \rightarrow \neg P$	3-6, I \rightarrow

e) $P \vdash Q \rightarrow P$

Prem	1.	P
Sup	2.	Q

1	3.	$Q \rightarrow P$	1-2, I \rightarrow
---	----	-------------------	----------------------

g) $P \wedge Q \vdash P \vee Q$

Prem	1.	$P \wedge Q$	
1	2.	P	1, E \wedge
1	3.	$P \vee Q$	2, I \vee

k) $(P \vee Q) \rightarrow S \vdash P \rightarrow S$

Prem	1.	$(P \vee Q) \rightarrow S$	
Sup	2.	P	
2	3.	$P \vee Q$	2, I \vee
1,2	4.	S	1,3, E \rightarrow
1	5.	$P \rightarrow S$	2-4, I \rightarrow

m) $P \vee Q \vdash \neg(\neg P \wedge \neg Q)$

Prem	1.	$P \vee Q$	
Sup	2.	$\neg P \wedge \neg Q$	
2	3.	$\neg P$	2, E \wedge
2	4.	$\neg P \vee \neg Q$	3, I \vee
1,2	5.	$(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$	1, 4, I \wedge

1	6.	$\neg(\neg P \wedge \neg Q)$	2-5, I_{\neg}
---	----	------------------------------	-----------------

n) $P \wedge Q \vdash \neg(\neg P \vee \neg Q)$

Prem	1.	$P \wedge Q$	
Sup	2.	$\neg P \vee \neg Q$	
1	3.	P	1, E_{\wedge}
1	4.	$P \vee Q$	3, I_{\vee}
1,2	5.	$(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$	2,4, I_{\wedge}
1	6.	$\neg(\neg P \vee \neg Q)$	2-5, I_{\neg}

o) $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow \neg Q) \vdash \neg P$

Prem	1.	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow \neg Q)$	
Sup	2.	P	
1	3.	$P \rightarrow Q$	1, E_{\wedge}
1	4.	$P \rightarrow \neg Q$	1, E_{\wedge}
1,2	5.	Q	2,3, E_{\rightarrow}
1,2	6.	$\neg Q$	2,4, E_{\rightarrow}
1,2	7.	$Q \wedge \neg Q$	5,6, I_{\wedge}
1	8.	$\neg P$	2-7, I_{\neg}

1 - Demonstração dos seqüentes tautológicos da questão 5 da página 53

a) $\neg(P \wedge Q) \vdash \neg P \vee \neg Q$

Prem	1.	$\neg(P \wedge Q)$	
1	2.	$\neg P \vee \neg Q$	1, RD: De Morgan

b) $P \vdash P \vee Q$

Prem	1.	P	
1	2.	$P \vee Q$	1, IV

d) $P \rightarrow Q, \neg P \rightarrow Q \vdash Q$

Prem	1.	$P \rightarrow Q$	
Prem	2.	$\neg P \rightarrow Q$	

Sup	3.	$\neg Q$	
2,3	4.	$\neg\neg P$	2,3, RD: Modus Tollens
1,3	5.	$\neg P$	1,3, RD: Modus Tollens
2,3	6.	P	4, E \neg
1,2,3	7.	$P \wedge \neg P$	5,6, I \wedge
1,2	8.	Q	3-7, I \neg

e) $P \vee \neg Q, Q \vdash P$

Prem	1.	$P \vee \neg Q$	
------	----	-----------------	--

Prem	2.	Q	
2	3.	$\neg\neg Q$	2, RD: Dupla Negação
1,2	4.	P	1,3, RD: Silogismo Disjuntivo

f) $P \rightarrow Q, P \vdash Q$

Prem	1.	$P \rightarrow Q$	
Prem	2.	P	
1,2	3.	Q	1,2, $E \rightarrow$

i) $P \wedge Q, (P \wedge Q) \rightarrow \neg R, R \vdash \neg P \vee \neg Q$

Prem	1.	$P \wedge Q$	
Prem	2.	$(P \wedge Q) \rightarrow \neg R$	
Prem	3.	R	
1,2	4.	$\neg R$	1,2, $E \rightarrow$
1,2,3	5.	$R \wedge \neg R$	3,4, $I \wedge$
1,2,3	6.	$\neg P \wedge \neg Q$	1-5, $I \neg$
1,2,3	7.	$\neg P$	6, $E \wedge$
1,2,3	8.	$\neg P \vee \neg Q$	7, $I \vee$

Demonstração dos seqüentes tautológicos da questão 3 da página 61

b) $\neg P \rightarrow \neg Q, \neg R \rightarrow \neg P \vdash R \vee \neg Q$

Prem	1.	$\neg P \rightarrow \neg Q$	
Prem	2.	$\neg R \rightarrow \neg P$	
1,2	3.	$\neg R \rightarrow \neg Q$	1,2, RD: Silogismo Hipotético
1,2	4.	$\neg\neg R \vee \neg Q$	3, RD: Condicional
1,2	5.	$R \vee \neg Q$	4, $E\neg$

c) $R \vee S, \neg\neg R \rightarrow Q, S \rightarrow P \vdash P \vee Q$

Prem	1.	$R \vee S$	
Prem	2.	$\neg\neg R \rightarrow Q$	
Prem	3.	$S \rightarrow P$	
Sup	4.	R	
2	5.	$R \rightarrow Q$	2, $E\neg$
2,4	6.	Q	4,5 $E\rightarrow$
2,4	7.	$P \vee Q$	6, $I\vee$
Sup	8.	S	
3,8	9.	P	3,8, $E\rightarrow$
3,8	10.	$P \vee Q$	9, $I\vee$
1,2,3	11.	$P \vee Q$	1, 4-7, 8-10, $E\vee$

2 – Formalize os argumentos seguintes. Caso o argumento seja válido, derive o seqüente:

a) Interpretação:

P: Haverá um escândalo.

Q: GNR agiu dentro da legalidade.

R: GNR fica desacreditada aos olhos do público.

S: GNR deu droga aos detidos.

Formalização:

$\neg Q \rightarrow P, P \rightarrow R, S \rightarrow \neg Q \vdash S \rightarrow R$

Prem	1.	$\neg Q \rightarrow P$	
Prem	2.	$P \rightarrow R$	
Prem	3.	$S \rightarrow \neg Q$	
Sup	4.	S	
3,4	5.	$\neg Q$	3,4, E \rightarrow
1,3,4	6.	P	1,5, E \rightarrow
1,2,3,4	7.	R	2,6, E \rightarrow
1,2,3	8.	$S \rightarrow R$	4,7, I \rightarrow

b) Interpretação:

P: A GNR merece a reputação de integridade que tem.

Q: A GNR agiu dentro da legalidade.

R: A GNR agiu de forma moral.

Formalização:

$$(Q \wedge \neg Q) \rightarrow \neg R, \neg \neg S \rightarrow P \vdash \neg P$$

O argumento é inválido.

c) Interpretação

P: Os oficiais da GNR serão condenados.

Q: O juiz é de designação política.

Formalização:

$$\neg Q \rightarrow P, Q \vdash \neg P$$

O argumento é inválido.

d) Interpretação:

P: Sou um cérebro numa cuba.

Q: Poderia acreditar que sou um cérebro numa cuba.

R: Eu tenho uma linguagem.

Formalização:

$$R \rightarrow \neg Q, P \rightarrow \neg R, \neg \neg P \rightarrow \neg P \vdash P \rightarrow \neg \neg Q$$

Prem	1.	$R \rightarrow \neg Q$
------	----	------------------------

Prem	2.	$P \rightarrow \neg R$
------	----	------------------------

Prem	3.	$\neg \neg P \rightarrow \neg P$
------	----	----------------------------------

Sup	4.	P
-----	----	---

3	5.	$P \rightarrow \neg P$	3, E \neg
3,4	6.	$\neg P$	4,5, E \rightarrow
3,4	7.	$P \wedge \neg P$	4,6, I \wedge
3,4	8.	Q	7, RD: Falsum
3,4	9.	$\neg\neg Q$	8, RD: Dupla Negação
3	10.	$P \rightarrow \neg\neg Q$	4,9, I \rightarrow

e) Interpretação:

P: O mal existe.

Q: Deus existe.

R: O Diabo existe.

Formalização:

$\neg Q \rightarrow P, R \rightarrow P, Q \leftrightarrow R, \neg Q \vdash \neg R$

Prem	1.	$\neg Q \rightarrow P$	
Prem	2.	$R \rightarrow P$	
Prem	3.	$Q \leftrightarrow R$	
Prem	4.	$\neg Q$	
3	5.	$(Q \rightarrow R) \wedge (R \rightarrow Q)$	3, RD: Bicondicional
3	6.	$R \rightarrow Q$	5, E \wedge
3,4	7.	$\neg R$	4,6, RD: Modus Tollens

f) Interpretação:

P: Está chovendo.

Q: Está nevando.

Formalização:

$P \vdash Q \vee \neg Q$

Prem	1.	P	
1	2.	$Q \vee \neg Q$	1, RD: Verum

g) Interpretação:

P: Há paz.

Q: Há boa vontade de ambas as partes.

R: Reagan ganha.

S: Reagan gosta de Andropov.

Formalização:

$Q \rightarrow P, (R \wedge \neg R) \rightarrow P, \neg Q \vdash S$

O argumento é inválido.

Página 86

i-

j) $\vdash (P \vee (P \wedge Q)) \leftrightarrow P$

$$k) \vdash (P \wedge (P \vee Q)) \leftrightarrow P$$

$$l) \vdash ((P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q)) \leftrightarrow P$$

$$m) \vdash ((P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q)) \leftrightarrow P$$

$$n) \vdash (P \leftrightarrow (Q \leftrightarrow R)) \leftrightarrow ((P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow R)$$

Página 91

1) Seqüentes da página 87 que não foram derivados no texto:

$$P \rightarrow Q \dashv\vdash \neg P \vee Q$$

$$P \rightarrow Q \vdash \neg P \vee Q$$

Prem	1.	$P \rightarrow Q$	
1	2.	$\neg P \vee Q$	1, RD: Condicional

$$\neg P \vee Q \vdash P \rightarrow Q$$

Prem	1.	$\neg P \vee Q$	
1	2.	$P \rightarrow Q$	1, RD: Condicional

$$P \rightarrow Q \dashv\vdash \neg(P \wedge \neg Q)$$

$$P \rightarrow Q \vdash \neg(P \wedge \neg Q)$$

Prem	1.	$P \rightarrow Q$	
------	----	-------------------	--

$P \leftrightarrow Q \vdash (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$

Prem	1.	$P \leftrightarrow Q$	
1	2.	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	1, RD: Bicondicional

$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) \vdash P \leftrightarrow Q$

Prem	1.	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	
1	2.	$P \leftrightarrow Q$	1, RD: Bicondicional