

## Lógica I (FIL 120)

### Exercícios resolvidos de lógica proposicional

Por Matheus Silva

Professor Desidério Murcho

Universidade Federal de Ouro Preto, Departamento de Filosofia

1.  $P \rightarrow (Q \vee S), \neg Q, \neg S \vdash \neg P$

Prem	1.	$P \rightarrow (Q \vee S)$	
Prem	2.	$\neg Q$	
Prem	3.	$\neg S$	
Sup	4.	$P$	
1,4	5.	$Q \vee S$	1,4, E $\rightarrow$
2,3	6.	$\neg Q \wedge \neg S$	2,3, I $\wedge$
2,3	7.	$\neg(Q \vee S)$	6, RD: De Morgan
1,2,3,4	8.	$(Q \vee S) \wedge \neg(Q \vee S)$	5,7, I $\wedge$
1,2,3	9.	$\neg P$	4-8, I $\neg$

2.  $P \vee Q, P \rightarrow R, \neg R \rightarrow \neg Q \vdash R$

Prem	1.	$P \vee Q$	
Prem	2.	$P \rightarrow R$	
Prem	3.	$\neg R \rightarrow \neg Q$	
Sup	4.	$P$	
2,4	5.	$R$	2,4, E $\rightarrow$
Sup	6.	$Q$	
6	7.	$\neg\neg Q$	6, RD: Dupla Negação
3,6	8.	$\neg\neg R$	3,7, RD: Modus Tollens
3,6	9.	$R$	8, E $\neg$
1	10.	$R$	1, 4-5, 6-9, E $\vee$

3.  $P \rightarrow (R \vee S), \neg R \wedge Q, \neg S \vdash \neg P$

Prem	1.	$P \rightarrow (R \vee S)$	
Prem	2.	$\neg R \wedge Q$	
Prem	3.	$\neg S$	
<hr/>			
Sup	4.	$P$	
1,4	5.	$R \vee S$	1,4, E $\rightarrow$
2	6.	$\neg R$	2, E $\wedge$
2,3	7.	$\neg R \wedge \neg S$	3,6, I $\wedge$
2,3	8.	$\neg(R \vee S)$	7, RD: De Morgan
1,2,3,4	9.	$(R \vee S) \wedge \neg(R \vee S)$	5,8, I $\wedge$
1,2,3	10.	$\neg P$	4-9, I $\neg$

4.  $\neg(P \vee Q), \neg P \rightarrow R \vdash R$

Prem	1.	$\neg(P \vee Q)$	
Prem	2.	$\neg P \rightarrow R$	
<hr/>			
Sup	3.	$\neg R$	
2,3	4.	$\neg\neg P$	2,3, RD: Modus Tollens
2,3	5.	$P$	4, E $\neg$
2,3	6.	$P \vee Q$	5, I $\vee$
1,2,3	7.	$(P \vee Q) \wedge \neg(P \vee Q)$	1,6, I $\wedge$
1,2	8.	$\neg\neg R$	3-7, I $\neg$
1,2	9.	$R$	8, E $\neg$

5.  $\neg(\neg P \wedge Q), \neg P \wedge R \vdash \neg Q$

Prem	1.	$\neg(\neg P \wedge Q)$
Prem	2.	$\neg P \wedge R$
<hr/>		

Sup	3.	Q	
2	4.	$\neg P$	2, E $\wedge$
2,3	5.	$\neg P \wedge Q$	3,4, I $\wedge$
1,2,3	6.	$(\neg P \wedge Q) \wedge \neg(\neg P \wedge Q)$	1,5, I $\wedge$
1,2	7.	$\neg Q$	3-6, I $\neg$

6.  $\neg(P \rightarrow Q), P \rightarrow \neg R \vdash \neg R$

Prem	1.	$\neg(P \rightarrow Q)$	
Prem	2.	$P \rightarrow \neg R$	
1	3.	$P \wedge \neg Q$	1, RD: Negação da Condicional
1	4.	P	3, E $\wedge$
1,2	5.	$\neg R$	2,4, E $\rightarrow$

7.  $P \wedge Q, (P \vee R) \rightarrow S \vdash S$

Prem	1.	$P \wedge Q$	
Prem	2.	$(P \vee R) \rightarrow S$	
1	3.	P	1, E $\wedge$
1	4.	$P \vee R$	3, I $\vee$
1,2	5.	S	2,4, E $\rightarrow$

8.  $Q \rightarrow R, \neg(\neg P \wedge \neg Q), \neg R \rightarrow \neg P \vdash R$

Prem	1.	$Q \rightarrow R$	
Prem	2.	$\neg(\neg P \wedge \neg Q)$	
Prem	3.	$\neg R \rightarrow \neg P$	
Sup	4.	$\neg R$	
3,4	5.	$\neg P$	3,4, E $\rightarrow$
1,4	6.	$\neg Q$	1,4, RD: Modus Tollens
1,3,4	7.	$\neg P \wedge \neg Q$	5,6, I $\wedge$

1,2,3,4	8.	$(\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg(\neg P \wedge \neg Q)$	2,7, I $\wedge$
1,2,3	9.	$\neg\neg R$	4-8, I $\neg$
1,2,3	10.	R	9, E $\neg$

9.  $R, P \rightarrow (\neg R \vee \neg S), S \vdash \neg P$

Prem	1.	R	
Prem	2.	$P \rightarrow (\neg R \vee \neg S)$	
Prem	3.	S	
Sup	4.	P	
2,4	5.	$\neg R \vee \neg S$	2,4, E $\rightarrow$
2,4	6.	$\neg(R \wedge S)$	5, RD: De Morgan
1,3	7.	$R \wedge S$	1,3, I $\wedge$
1,2,3,4	8.	$\neg(R \wedge S) \wedge (R \wedge S)$	6,7, I $\wedge$
1,2,3	9.	$\neg P$	4-8, I $\neg$

10.  $\neg R \rightarrow P, \neg(P \vee Q), S \vdash R \vee Q$

Prem	1.	$\neg R \rightarrow P$	
Prem	2.	$\neg(P \vee Q)$	
Prem	3.	S	
2	4.	$\neg P \wedge \neg Q$	2, RD: De Morgan
2	5.	$\neg P$	4, E $\wedge$
1,2	6.	$\neg\neg R$	1,5, RD: Modus Tollens
1,2	7.	R	6, E $\neg$
1,2	8.	$R \vee Q$	7, I $\vee$

11.  $\neg(\neg P \wedge Q), R, R \rightarrow \neg P \vdash \neg Q$

Prem	1.	$\neg(\neg P \wedge Q)$	
Prem	2.	R	
Prem	3.	$R \rightarrow \neg P$	
<hr/>			
Sup	4.	Q	
2,3	5.	$\neg P$	2,3, E $\rightarrow$
2,3,4	6.	$\neg P \wedge Q$	4,5, I $\wedge$
1,2,3,4	7.	$\neg(\neg P \wedge Q) \wedge (\neg P \wedge Q)$	1,6, I $\wedge$
<hr/>			
1,2,3	8.	$\neg Q$	4-7, I $\neg$

12.  $S \rightarrow \neg P, \neg(P \rightarrow Q), \neg S \rightarrow \neg R \vdash \neg R$

Prem	1.	$S \rightarrow \neg P$	
Prem	2.	$\neg(P \rightarrow Q)$	
Prem	3.	$\neg S \rightarrow \neg R$	
2	4.	$P \wedge \neg Q$	2, RD: Negação da Condicional
2	5.	P	4, E $\wedge$
2	6.	$\neg\neg P$	5, RD: Dupla Negação
1,2	7.	$\neg S$	1,6, RD: Modus Tollens
1,2,3	8.	$\neg R$	3,7, E $\rightarrow$

13.  $\neg(S \rightarrow P) \rightarrow \neg P, \neg(\neg P \vee \neg Q), Q \rightarrow (S \rightarrow P) \vdash S \rightarrow P$

Prem	1.	$\neg(S \rightarrow P) \rightarrow \neg P$
Prem	2.	$\neg(\neg P \vee \neg Q)$
Prem	3.	$Q \rightarrow (S \rightarrow P)$
<hr/>		
Sup	4.	$\neg(S \rightarrow P)$

1,4	5.	$\neg P$	1,4, E $\rightarrow$
1,4	6.	$\neg P \vee \neg Q$	5, I $\vee$
1,2,4	7.	$\neg(\neg P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$	2,6, I $\wedge$
1,2	8.	$\neg\neg(S \rightarrow P)$	4-7, I $\neg$
1,2	9.	$S \rightarrow P$	8, E $\neg$

14.  $(Q \rightarrow P) \wedge S, S \rightarrow (P \rightarrow R) \vdash \neg R \rightarrow \neg Q$

Prem	1.	$(Q \rightarrow P) \wedge S$	
Prem	2.	$S \rightarrow (P \rightarrow R)$	
1	3.	$S$	1, E $\wedge$
1,2	4.	$P \rightarrow R$	2,3, E $\rightarrow$
1	5.	$Q \rightarrow P$	1, E $\wedge$
1,2	6.	$Q \rightarrow R$	4,5, RD: Silogismo Hipotético
1,2	7.	$\neg R \rightarrow \neg Q$	6, RD: Contraposição

15.  $\neg(\neg R \vee \neg S) \rightarrow \neg P, R, S \vdash \neg P \wedge S$

Prem	1.	$\neg(\neg R \vee \neg S) \rightarrow \neg P$	
Prem	2.	$R$	
Prem	3.	$S$	
1	4.	$P \rightarrow (\neg R \vee \neg S)$	1, RD: Contraposição
Sup	5.	$P$	
1, 5	6.	$\neg R \vee \neg S$	4, 5, E $\rightarrow$
1, 5	7.	$\neg(R \wedge S)$	6, RD: De Morgan
2, 3	8.	$R \wedge S$	2, 3, I $\wedge$
1, 2, 3, 5	9.	$(R \wedge S) \wedge \neg(R \wedge S)$	7, 8, I $\wedge$
1, 2, 3	10.	$\neg P$	5-9, I $\neg$
1, 2, 3	11.	$\neg P \wedge S$	3, 10, I $\wedge$

16.  $\neg(P \rightarrow \neg Q), \neg(R \wedge S) \rightarrow \neg Q \vdash R$

Prem	1.	$\neg(P \rightarrow \neg Q)$	
Prem	2.	$\neg(R \wedge S) \rightarrow \neg Q$	
1	3.	$P \wedge \neg\neg Q$	1, RD: Negação da Condicional
1	4.	$\neg\neg Q$	3, E $\wedge$
1,2	5.	$\neg\neg(R \wedge S)$	2,4, RD: Modus Tollens
1,2	6.	$R \wedge S$	5, E $\neg$
1,2	7.	$R$	6, E $\wedge$

17.  $P \vee (\neg R \rightarrow Q), P \rightarrow Q, \neg Q \wedge S \vdash \neg Q \rightarrow R$

Prem	1.	$P \vee (\neg R \rightarrow Q)$	
Prem	2.	$P \rightarrow Q$	
Prem	3.	$\neg Q \wedge S$	
3	4.	$\neg Q$	3, E $\wedge$
2,3	5.	$\neg P$	2,4, RD: Modus Tollens
1,2,3	6.	$\neg R \rightarrow Q$	1,5, RD: Silogismo Disjuntivo
1,2,3	7.	$\neg\neg R$	4,6, RD: Modus Tollens
1,2,3	8.	$R$	7, E $\neg$
1,2,3	9.	$\neg Q \rightarrow R$	4,8, I $\rightarrow$

18.  $(P \rightarrow Q) \vee (Q \vee R), (\neg Q \rightarrow \neg P) \rightarrow R, \neg R \rightarrow \neg(Q \vee R) \vdash R$

Prem	1.	$(P \rightarrow Q) \vee (Q \vee R)$	
Prem	2.	$(\neg Q \rightarrow \neg P) \rightarrow R$	
Prem	3.	$\neg R \rightarrow \neg(Q \vee R)$	
Sup	4.	$P \rightarrow Q$	
4	5.	$\neg Q \rightarrow \neg P$	4, RD: Contraposição
2,4	6.	$R$	2,5, E $\rightarrow$

Sup	7.	$Q \vee R$	
7	8.	$\neg\neg(Q \vee R)$	7, RD: Dupla Negação
3,7	9.	$\neg\neg R$	3,8, RD: Modus Tollens
3,7	10.	R	9, E $\neg$
1	11.	R	1, 4-6, 7-10, E $\vee$