

Exercícios de lógica modal proposicional

Desidério Murcho

Departamento de Filosofia, Universidade Federal de Ouro Preto

A) Determine a validade das seguintes formas recorrendo a árvores lógicas; construa contra-modelos nos casos em que as formas são inválidas:

- 1) $P \rightarrow \Box P, P \vdash \neg \Diamond \neg P$
- 2) $P \rightarrow \Diamond P, \Box \neg P \vdash \neg P$
- 3) $\Box(P \rightarrow Q) \wedge \Box(Q \rightarrow R) \vdash \Box(P \rightarrow R)$
- 4) $\Diamond(P \wedge Q) \vdash \Diamond P \wedge \Diamond Q$
- 5) $\Diamond(P \vee Q) \vdash \Diamond P \vee \Diamond Q$
- 6) $\Box(P \wedge Q) \vdash \Box P \wedge \Box Q$
- 7) $\Box(P \vee Q) \vdash \Box P \vee \Box Q$
- 8) $\Box(P \vee \neg P) \vdash \Box P \vee \Box \neg P$ [Argumento da Batalha Naval]
- 9) $\Box P \wedge \Box Q \vdash \Box(P \wedge Q)$
- 10) $\Box P \vee \Box Q \vdash \Box(P \vee Q)$
- 11) $\Box P \vdash \neg \Diamond \neg P$
- 12) $\neg \Diamond \neg P \vdash \Box P$
- 13) $\Diamond P \vdash \neg \Box \neg P$
- 14) $\neg \Box \neg P \vdash \Diamond P$
- 15) $\Box(P \rightarrow Q) \vdash \Diamond P \rightarrow \Diamond Q$
- 16) $\Box P, \Diamond Q \vdash \Diamond(P \wedge Q)$

B) Usando as Regras de Extensão, demonstre a validade das seguintes formas:

- 17) $\Box P \vdash P$ [T: Reflexividade]
- 18) $P \vdash \Diamond P$ [Conversa de T: Reflexividade]
- 19) $P \vdash \Box \Diamond P$ [B: Simetria]
- 20) $\Diamond \Box P \vdash P$ [Conversa de B: Simetria]
- 21) $\Box P \vdash \Box \Box P$ [S4: Transitividade]
- 22) $\Diamond \Diamond P \vdash \Diamond P$ [Conversa de S4: Transitividade]
- 23) $\Diamond P \vdash \Box \Diamond P$ [S5]
- 24) $\Diamond \Box P \vdash \Box P$ [Conversa de S5]
- 25) $\Diamond P \vdash \Diamond \Diamond P$
- 26) $\Box P \vdash \Diamond P$

C) Construa contra-modelos das formas acima.

D) Determine a validade ou invalidade das formas dos seguintes argumentos:

- 27) Se Deus dá sentido à vida, então possivelmente a vida não tem sentido, se Deus não existir. Logo, Deus não pode dar sentido à vida.
- 28) Se Deus não existir, a vida não pode ter sentido. Mas a vida tem necessariamente sentido. Logo, Deus tem de existir.
- 29) É possível que Deus exista necessariamente. Logo, Deus existe.
- 30) A existência de Deus é uma possibilidade. Mas se Deus existir, existe necessariamente. Logo, Deus existe.
- 31) Não é possível que Descartes pense e não exista. Ora, Descartes pensa. Logo, Descartes existe.