Lógica I (FIL 120)

Universidade Federal de Ouro Preto

Professor Desidério Murcho

Exercícios resolvidos por Matheus Silva

Notas de Desidério Murcho

Capítulo 5

Lógica: Um Curso Introdutório, de W. H. Newton-Smith (Gradiva, 1998)

Página 147

1 –

a) Icabod é infeliz.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

n: Icabod

Fx: x é feliz

Formalização: ¬Fn

b) Alguém é infeliz.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é feliz

Formalização: ∃x ¬Fx

c) Toda a gente é infeliz.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é feliz

Formalização: ∀x ¬Fx

d) Icabod odeia Isabel.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

m: Icabod

n: Isabel

Fxy: x odeia y

Formalização: Fmn

e) Icabod odeia alguém.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

n: Icabod

Fyx: y odeia x

Formalização: ∃x Fnx

f) Alguém odeia Icabod.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

n: Icabod

Fxn: x odeia y

Formalização: ∃x Fxn

g) Alguém odeia alguém.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxy: x odeia y

Formalização: ∃x ∃y Fxy

h) Alguém se odeia a si mesmo.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxx: x odeia x

Formalização: ∃x Fxx

i) Toda a gente se odeia a si mesma.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxx: x odeia x

Formalização: ∀x Fxx

j) Icabod odeia toda a gente.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

n: Icabod

Fxy: x odeia y

Formalização: ∀x Fnx

k) Toda a gente odeia Icabod.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

n: Icabod

Fxy: x odeia y

Formalização: ∀x Fxn

l) Toda a gente odeia toda a gente.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxx: x odeia x

Formalização: ∀x ∀y Fxy

m) Alguém odeia toda a gente.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxy: x odeia y

Formalização: $\exists x \forall y\ Fxy$

n) Toda a gente odeia alguém.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxy: x odeia y

Formalização: $\forall x\ \exists y\ Fxy$

o) Todos os zemíndares são poderosos.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar.

Gx: x é poderoso.

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gx)$

p) Nenhum zemíndar é poderoso.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar.

Gx: x é poderoso.

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow \neg Gx)$

q) Alguns zemíndares são poderosos.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar.

Gx: x é poderoso.

Formalização: $\exists x\ (Fx \wedge Gx)$

r) Alguns zemíndares não são poderosos.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar.

Gx: x é poderoso.

Formalização: $\exists x\ (Fx \wedge \neg Gx)$

s) Todos os zemíndares poderosos têm sorte.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar.

Gx: x é poderoso.

Hx: x tem sorte.

Formalização: $\forall x\ ((Fx \land Gx) \rightarrow Hx)$

t) Alguns zemíndares odeiam Icabod.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar

Gxy: x odeia y

n: Icabod

Formalização: $\exists x\ (Fx \land Gxn)$

u) Todos os zemíndares odeiam Icabod.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar

Gxy: x odeia y

n: Icabod

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gxn)$

v) Icabod odeia zemíndares com sorte.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar

Gx: x tem sorte

Hxy: x odeia y

n: Icabod

Formalização: $\forall x\ ((Fx \wedge Gx) \rightarrow Hnx)$

w) Icabod só odeia zemíndares.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar

Gxy: x odeia y

n: Icabod

Formalização: $\forall x\ (Gnx \rightarrow Fx)$

x) Oxford fica entre Reading e Bristol.

Interpretação:

Domínio: conjunto das cidades da Inglaterra

Fxyz: x fica entre y e z

n: Oxford

o: Reading

p: Bristol

Formalização: Fnop

y) Há uma cidade que fica entre Reading e Bristol.

Interpretação:

Domínio: conjunto das cidades da Inglaterra

Fxyz: x fica entre y e z

n: Reading

o: Bristol

Formalização: ∃x Fxno

z) Há uma cidade que fica entre duas cidades.

Interpretação:

Domínio: conjunto das cidades do mundo

Fxyz: x fica entre y e z

Formalização: ∃x ∃y ∃z Fxyz

2-

a) Icabod gosta de um zemíndar.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar

Gxy: x gosta de y

n: Icabod

Formalização: $\exists x\ (Fx \land Gnx)$ ou $\forall x\ (Fx \rightarrow Gnx)$

b) Alguns zemíndares são insultados todos os dias.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar

Gx: x é um dia

Hxy: x é insultado em y

Formalização: $\forall x\ (Gx \rightarrow \exists y\ (Fy \land Hyx))$ ou $\exists y\ (Fy \land \forall x\ (Gx \rightarrow Hyx))$

c)Todos os zemíndares montam dragões.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas e das criaturas ficcionais

Fx: x é um zemíndar

Mxy: x monta y

Dx: x é um dragão

Formalização: $\forall x\ \exists y\ (Fx \rightarrow (Mxy \land Dx))$

> **Nota**: Do ponto de vista estritamente formal, podemos estipular o domínio que quisermos — juntando, como neste caso, as pessoas com as criaturas ficcionais. Filosoficamente, contudo, poderá objetar-se que as criaturas ficcionais pertencem a uma categoria ontológica claramente diferente das pessoas, nomeadamente porque as primeiras, mas não as segundas, não são reais. Seja qual for a abordagem escolhida, é argumentável que tem de ser

possível quantificar conjuntamente sobre particulares realmente existentes e particulares ficcionais; mas esta abordagem parece obrigar a introduzir o predicado da “existência real”, para distinguir os objetos do domínio que realmente existem dos que existem apenas enquanto criaturas ficcionais. Mas na lógica clássica a existência nunca é um predicado de primeira ordem. Por esta razão, na lógica clássica não se pode quantificar sobre criaturas ficcionais; só podemos quantificar sobre criaturas reais. Tanto este exercício como o seguinte chamam a atenção para esta limitação da lógica clássica.

d) Nenhum zemíndar gosta de dragões.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas e das criaturas ficcionais

Fx: x é um zemíndar

Gx: x gosta de y

Dx: x é um dragão

Formalização: $\forall x\ \forall y\ ((Fx \land Dx) \rightarrow \neg Gxy)$

e) Se toda a gente está atrasada, Icabod fica furioso.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x está atrasado

Gx: x fica furioso

n: Icabod

Formalização: $\forall x\, Fx \rightarrow Gn$

A formalização não poderia ser 1) $\forall x\, (Fx \rightarrow Gn)$, porque neste caso Icabod ficaria furioso desde que uma só pessoa chegasse atrasada. Para se ver a porquê, traduz-se a fórmula para a lógica proposicional, usando como modelo um conjunto de alguns objetos; vamos usar dois apenas, para facilitar. Então, ficaria:

1*) $(F_1 \rightarrow Gn) \wedge (F_2 \rightarrow Gn)$. Suponha-se que 1 não chega atrasada, mas 2 chega atrasada. Nesse caso, a primeira condicional é verdadeira porque tem uma antecedente falsa. Mas se Icabod não ficar furioso quando 2 chega atrasada, a segunda condicional será falsa, o que torna a conjunção falsa. Portanto, para a afirmação original ser verdadeira, Icabod tem de ficar furioso quando pelo menos uma pessoa chega atrasada.

O que queremos realmente exprimir é isto:

2) $(F_1 \wedge F_2) \rightarrow Gn$. Caso 1 não chegue atrasada e 2 chegue atrasada, e caso Icabod não fique furioso, a afirmação original é verdadeira. Para a afirmação original ser verdadeira, Icabod não tem de ficar furioso quando apenas uma pessoa chega atrasada. Mas, claro, se 1 e 2 chegarem ambas atrasadas e Icabod não ficar furioso, então a afirmação será falsa. Portanto, para a afirmação ser verdadeira, Icabod só tem de ficar furioso quando todas as pessoas chegam atrasadas.

f) Se alguém está atrasado, Icabod fica furioso.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x está atrasado

Gx: x fica furioso

n: Icabod

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gn)$

Esta formalização é equivalente à formalização mais intuitiva seguinte: 1) $\exists x\ Fx \rightarrow Gn$. Para ver a equivalência, recorremos uma vez mais à tradução da fórmula na lógica proposicional, usando um modelo com dois objetos apenas. Nesse caso, 1 traduz-se na seguinte fórmula: $(F_1 \vee F_2) \rightarrow Gn$. Ora, esta fórmula é equivalente à fórmula $(F_1 \rightarrow Gn) \wedge (F_2 \rightarrow Gn)$ que, como vimos acima, traduz no nosso modelo a fórmula $\forall x\ (Fx \rightarrow Gn)$. Demonstração (apenas numa direção):

1. $(F_1 \vee F_2) \rightarrow Gn$	
2. $\neg(F_1 \vee F_2) \vee Gn$	1, Def. de $\rightarrow$
3. $(\neg F_1 \wedge \neg F_2) \vee Gn$	2, De Morgan
4. $(\neg F_1 \vee Gn) \wedge (\neg F_2 \vee Gn)$	3, Distribuição
5. $(F_1 \rightarrow Gn) \wedge (F_2 \rightarrow Gn)$	4, Def. de $\rightarrow$ (2 x) QED

g) Se uma pessoa qualquer estiver atrasada, Icabod fica furioso.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x está atrasado

Gx: x fica furioso

n: Icabod

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gn)$

h) Se Icabod ficar furioso, ninguém está atrasado.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x fica furioso

Gx: x está atrasado

n: Icabod

Formalização: $Fn \rightarrow \neg \exists x\ Gx$

i) Se Icabod está furioso, alguém está atrasado.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x fica furioso

Gx: x está atrasado

n: Icabod

Formalização: $Fn \rightarrow \exists x\ Gx$

j) Se alguém é mais alto do que ele, então ele é mais baixo do que alguém.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxy: x é mais alto que y

Gyx: y é mais baixo que x

Formalização: $\exists x\ \exists y\ (Fxy \rightarrow Gyx)$

k) As coisas mais caras nem sempre são as melhores.

Interpretação:

Domínio: as coisas que têm preço

Fxy: x é mais caro que y

Gxy: x é melhor que y

Formalização: $\exists x\ \exists y\ (Fxy \land \neg Gxy)$

l) Só os fascistas têm menos escrúpulos que os mafiosos.

Interpretação:

Domínio: o conjunto das pessoas vivas

Fx: x é fascista

Gx: x é mafioso

Hxy: x tem menos escrúpulos que y

Formalização: $\forall x\ \forall y\ ((Hxy \land Gy) \rightarrow Fx)$

m) Ninguém tem menos escrúpulos do que um fascista.

Interpretação:

Domínio: o conjunto das pessoas vivas

Fx: x é fascista

Hxy: x tem menos escrúpulos que y

Formalização: $\forall y \neg \exists x\ (Hxy \land Fy)$

n) Uma pessoa é fascista se, e só se, não tiver escrúpulos.

Interpretação:

Domínio: o conjunto das pessoas vivas

Fx: x é fascista

Gx: x tem escrúpulos

Formalização: $\forall x\ (Fx \leftrightarrow \neg Gx)$

o) Só se se for fascista é que se será desprezado.

Interpretação:

Domínio: o conjunto das pessoas vivas

Fx: x é fascista

Gx: x é desprezado

Formalização: $\forall x\ (Gx \rightarrow Fx)$

p) Quando mais se sobe, maior é a queda.

Interpretação:

Domínio: Todas as pessoas

Fxy: x sobe mais que y

Gxy: x tem uma queda maior que y

Formalização: $\forall x\ \forall y\ (Fxy \rightarrow Gxy)$

q) Pedra que rola não cria musgo.

Interpretação:

Domínio: Todas as pedras

Fx: x rola

Gx: x cria musgo

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow \neg Gx)$

r) Nem tudo o que brilha é ouro.

Interpretação:

Domínio: as coisas que brilham

Fx: x é ouro

Formalização: $\exists x\ \neg Fx$

s) Não há mal que não venha por bem.

Interpretação:

Domínio: Todas as coisas

Fx: x é um mal

Gx: x vem por bem

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gx)$

t) As crianças são para ser vistas e não ouvidas.

Interpretação:

Domínio: Todas as pessoas

Fx: x é uma criança

Gx: x é para ser vista

Hx: x é para ser ouvida

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow (Gx \wedge \neg Hx))$

u) Todos os cretenses são mentirosos.

Interpretação:

Domínio: Todas as pessoas

Fx: x é cretense

Gx: x é mentiroso

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gx)$

v) Os pulhas conhecidos são melhores do que os desconhecidos.

Interpretação:

Domínio: Todas as pessoas

Fx: x é um pulha

Gx: x é conhecido

Hxy: x é melhor do que y

Formalização: $\forall x\ \forall y\ (((Fx \wedge Gx) \wedge (Fy \wedge \neg Gy)) \rightarrow Hxy)$

w) Só estás bem onde não estás.

Interpretação:

Domínio: Todas as pessoas

Fx: x está bem

Gxy: x está em y

Formalização: $\forall x\ \forall y\ (\neg Gxy \rightarrow Fx)$

x) Alguém ganha a lotaria todas as semanas.

Interpretação:

Domínio: as pessoas e as semanas

Fxy: x ganha a lotaria em y

Gx: x é uma semana

Formalização: $\forall x\ (Gx \rightarrow \exists y\ (Fyx))$ ou $\exists y\ \forall x\ (Gx \rightarrow Hyx)$

y) Todas as mães são mães de alguém.

Interpretação:

Domínio: todas as pessoas

Fx: x é mãe

Gxy: x é mãe de y

Formalização: $\forall x\ \exists y\ (Fx \rightarrow Gxy)$

z) Algumas pessoas amam os que não amam ninguém.

Interpretação:

Domínio: todas as pessoas

Fxy: x ama y

Formalização: $\exists x\ \forall y\ \forall z\ (\neg Fyz \rightarrow Fxy)$