

Lógica I (FIL 120)

Exercícios resolvidos do capítulo 2

Por Matheus Silva

Professor Desidério Murcho

Universidade Federal de Ouro Preto, Departamento de Filosofia

Lógica: Um Curso Introductório, de W. H. Newton-Smith (Gradiva, 1998)

Página 36

1 – Operadores Verofuncionais:

“nem... nem”, “e”, “então”, “a não ser que”, “sempre que”, “porque”.

Operadores Não-Verofuncionais

Resposta com 3 exemplos:

- Icabod acredita que.
- Icabod acha que.
- Icabod tem a esperança que.

2 – Resposta com o operador modal de possibilidade “ \Diamond ”

É possível que Icabod tenha chegado tarde

$\Diamond P$

P	$\Diamond P$
V	V
F	?

3 –

a) Interpretação:

P: Icabod vai trabalhar muito.

Q: Icabod vai passar de ano.

R: Icabod vai integrar a equipe de remo da faculdade.

Formalização: $(P \wedge Q) \vee R$ ou $P \wedge (Q \vee R)$

b) Interpretação:

P: Estarei em casa às 4.

Q: Se chover.

R: Levarei os morangos.

Formalização: $P \wedge (\neg Q \rightarrow R)$ ou $\neg Q \rightarrow (P \wedge R)$

c) Interpretação:

P: Icabod comprou uvas.

Q: Icabod comprou maçãs.

R: Icabod comprou laranjas.

Formalização: $P \wedge (Q \vee R)$ ou $(P \wedge Q) \vee R$

d) Interpretação:

P: Este é o Tweedledum.

Q: Aquele é o Tweedledee.

R: Eu sou um holandês.

Formalização: $P \vee (Q \wedge R)$ ou $(P \vee Q) \wedge R$

1-

a) $P \vee \neg P$

P	$\neg P$	$P \vee \neg P$
V	F	V
F	V	V

b) P

P	P
V	V
F	F

c) $P \rightarrow \neg P$

P	$\neg P$	$P \rightarrow \neg P$
V	F	F
F	V	V

d) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg Q \rightarrow \neg P)$

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$(P \rightarrow Q)$	\rightarrow	$(\neg Q \rightarrow \neg P)$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F
F	V	V	F	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

e) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (Q \rightarrow P)$

P	Q	$(P \rightarrow Q)$	\rightarrow	$(Q \rightarrow P)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

f) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (\neg P \vee Q)$

P	Q	$\neg P$	$(P \rightarrow Q)$	\rightarrow	$(\neg P \vee Q)$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V

g) $P \rightarrow (P \wedge Q)$

P	Q	P	\rightarrow	$(P \wedge Q)$
V	V	V	V	V
V	F	V	F	F
F	V	F	V	F
F	F	F	V	F

h) $(P \wedge (Q \vee \neg Q)) \rightarrow ((P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q))$

P	Q	$\neg Q$	$((P \wedge (Q \vee \neg Q))$	\rightarrow	$((P \wedge Q) \vee (P \wedge \neg Q))$
V	V	F	V	V	V
V	F	V	V	V	F
F	V	F	F	V	F
F	F	V	F	V	F

2 - Uma bicondicional como " $A \leftrightarrow B$ " só é verdadeira caso A e B tenham o mesmo valor de verdade, caso contrário, a bicondicional é falsa. Isto é demonstrado em sua tabela de verdade:

A	B	$A \rightarrow B$	\wedge	$B \rightarrow A$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

a) $P \leftrightarrow \neg P$

P	$\neg P$	$P \leftrightarrow \neg P$
V	F	F
F	V	F

b) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (\neg P \vee Q)$

P	Q	$\neg P$	$(P \rightarrow Q)$	\leftrightarrow	$(\neg P \vee Q)$
V	V	F	V	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V

c) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (Q \rightarrow P)$

P	Q	$(P \rightarrow Q)$	\leftrightarrow	$(Q \rightarrow P)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

d) $(P \wedge Q) \leftrightarrow (Q \wedge P)$

P	Q	$(P \wedge Q)$	\leftrightarrow	$(Q \wedge P)$
V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	V	F

3- Um operador ternário tem 8 linhas na sua tabela de verdade e um operador quaternário tem 16 linhas na sua tabela de verdade.

Tabela de verdade do operador ternário: $(P \wedge Q) \rightarrow R$

P	Q	R	$(P \wedge Q)$	\rightarrow	R
V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F
V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F
F	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	F
F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F

Tabela de verdade do operador quaternário: $(P \wedge Q) \rightarrow (R \vee S)$

P	Q	R	S	$(P \wedge Q)$	\rightarrow	$(R \vee S)$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	V	F	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V
V	V	F	F	V	F	F
V	F	V	V	F	V	V
V	F	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V	V
V	F	F	F	F	V	F
F	V	V	V	F	V	V
F	V	V	F	F	V	V
F	V	F	V	F	V	V

F	V	F	F	F	V	F
F	F	V	V	F	V	V
F	F	V	F	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V
F	F	F	F	F	V	F

- Um operador n-ário possui um número de linhas em sua tabela de verdade correspondente à 2^n , em que n corresponde ao número de frases concatenadas e 2 aos valores de verdade V e F.

4-

a) $(P \rightarrow Q), \neg Q \models P$

P	Q	$(P \rightarrow Q)$	$\neg Q$	\models	P
V	V	V	F		V
V	F	F	V		V
F	V	V	F		F
F	F	V	V		F

Não é um sequente tautológico.

b) $P \rightarrow \neg Q \models Q \rightarrow \neg P$

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \rightarrow \neg Q$	\models	$Q \rightarrow \neg P$
V	V	F	F	F		F
V	F	F	V	V		V
F	V	V	F	V		V
F	F	V	V	V		V

É um sequente tautológico.

c) $P \rightarrow \neg Q \models \neg(P \rightarrow Q)$

P	Q	$\neg Q$	$(P \rightarrow Q)$	$P \rightarrow \neg Q$	\models	$\neg(P \rightarrow Q)$
V	V	F	V	F		F
V	F	V	F	V		V
F	V	F	V	V		F
F	F	V	V	V		F

Não é um sequente tautológico.

d) $P \models P \rightarrow Q$

P	Q	P	\models	$(P \rightarrow Q)$
V	V	V		V
V	F	V		F
F	V	F		V
F	F	F		V

Não é um sequente tautológico.

e) $P \models Q \rightarrow P$

P	Q	P	\models	$Q \rightarrow P$
V	V	V		V
V	F	V		V
F	V	F		F
F	F	F		V

É um sequente tautológico.

f) $P \rightarrow Q \models Q \rightarrow P$

P	Q	$P \rightarrow Q$	\models	$Q \rightarrow P$
V	V	V		V
V	F	F		V
F	V	V		F
F	F	V		V

Não é um sequente tautológico.

g) $P \wedge Q \models P \vee Q$

P	Q	$P \wedge Q$	\models	$P \vee Q$
V	V	V		V
V	F	F		V
F	V	F		V
F	F	F		F

O sequente é tautológico.

h) $P \vee Q \models P \wedge Q$

P	Q	$P \vee Q$	\vDash	$P \wedge Q$
V	V	V		V
V	F	V		F
F	V	V		F
F	F	F		F

O sequente não é tautológico.

i) $P \vee Q, \neg\neg P \vDash Q$

P	Q	$P \vee Q$	$\neg\neg P$	\vDash	Q
V	V	V	V		V
V	F	V	V		F
F	V	V	F		V
F	F	F	F		F

O sequente não é tautológico.

j) $P \rightarrow \neg Q, \neg\neg Q \vDash P$

P	Q	$\neg Q$	$P \rightarrow \neg Q$	$\neg\neg Q$	\vDash	P
V	V	F	F	V		V
V	F	V	V	F		V
F	V	F	V	V		F
F	F	F	V	F		F

O sequente não é tautológico.

k) $(P \vee Q) \rightarrow S \vDash P \rightarrow S$

P	Q	S	$P \vee Q$	$(P \vee Q) \rightarrow S$	\vDash	$P \rightarrow S$
V	V	V	V	V		V
V	V	F	V	F		F
V	F	V	V	V		V
V	F	F	V	F		F
F	V	V	V	V		V
F	V	F	V	F		V
F	F	V	F	V		V
F	F	F	F	V		V

O sequente é tautológico.

$$l) S \rightarrow (P \vee Q) \vDash S \rightarrow P$$

P	Q	S	$P \vee Q$	$S \rightarrow (P \vee Q)$	\vDash	$S \rightarrow P$
V	V	V	V	V		V
V	V	F	V	V		V
V	F	V	V	V		V
V	F	F	V	V		V
F	V	V	V	V		F
F	V	F	V	V		V
F	F	V	F	F		F
F	F	F	F	V		V

O sequente não é tautológico.

$$m) P \vee Q \vDash \neg(\neg P \wedge \neg Q)$$

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \wedge \neg Q$	$P \vee Q$	\vDash	$\neg(\neg P \wedge \neg Q)$
V	V	F	F	F	V		V
V	F	F	V	F	V		V
F	V	V	F	F	V		V
F	F	V	V	F	F		V

O sequente é tautológico.

$$n) P \wedge Q \vDash \neg(\neg P \vee \neg Q)$$

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \vee \neg Q$	$P \wedge Q$	\vDash	$\neg(\neg P \vee \neg Q)$
V	V	F	F	F	V		V
V	F	F	V	V	F		F
F	V	V	F	V	F		F
F	F	V	V	V	F		F

O sequente é tautológico.

o) $(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow \neg Q) \vDash \neg P$

P	Q	$\neg Q$	$P \rightarrow Q$	$(P \rightarrow \neg Q)$	$(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow \neg Q)$	\vDash	$\neg P$
V	V	F	V	F	F		F
V	F	V	F	V	F		F
F	V	F	V	V	V		V
F	F	F	V	V	V		V

O sequente é tautológico.

5 –

a) Interpretação:

P: Icabod é um estudante do Baillol College.

Q: Icabod é uma pessoa modesta.

Formalização: $\neg(P \wedge Q) \vDash \neg P \vee \neg Q$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	\vDash	$\neg P \vee \neg Q$
V	V	F	F	V	F		F
V	F	F	V	F	V		V
F	V	V	F	F	V		V
F	F	V	F	F	V		V

O sequente é tautológico.

b) Interpretação:

P: Icabod é um estudante do Baillol College.

Q: Icabod é modesto.

Formalização: $P \vDash P \vee Q$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	P	\models	$P \vee Q$
V	V	V		V
V	F	V		V
F	V	F		V
F	F	F		F

O sequente é tautológico.

c) Interpretação:

P: Icabod é um estudante do Balliol College.

Q: Icabod é modesto.

Formalização: $P \vee Q, Q \models \neg P$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	$P \vee Q$	Q	\models	$\neg P$
V	V	V	V		F
V	F	V	F		F
F	V	V	V		V
F	F	F	F		V

O sequente não é tautológico.

O sequente torna-se tautológico se deixarmos de interpretar a disjunção da primeira premissa como inclusiva e passarmos a interpretá-la como exclusiva. A disjunção exclusiva pode ser expressa negando uma conjunção, pois as seguintes proposições são equivalentes:

- **Ou** Icabod é um estudante do Balliol College **ou** é modesto. (Interpretada como disjunção exclusiva)
- **Não é verdade** que Icabod seja um estudante do Balliol College **e** seja modesto.

Assim, a formalização em que o sequente torna-se tautológico é a seguinte:

$\neg(P \wedge Q), Q \models \neg P$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	Q	\vDash	$\neg P$
V	V	V	F	V		F
V	F	F	V	F		F
F	V	F	V	V		V
F	F	F	V	F		V

d) Interpretação:

P: Reagan é assassinado.

Q: Será um caos.

Formalização: $P \rightarrow Q, \neg P \rightarrow Q \vDash Q$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	$\neg P$	$P \rightarrow Q$	$\neg P \rightarrow Q$	\vDash	Q
V	V	F	V	V		V
V	F	F	F	V		F
F	V	V	V	V		V
F	F	V	V	F		F

O sequente é tautológico.

e) Interpretação:

P: O apresentador da Rua Sésamo é presidente dos Estados Unidos.

Q: Há perigo de guerra.

Formalização: $P \vee \neg Q, Q \vDash P$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	$\neg Q$	$P \vee \neg Q$	Q	\vDash	P
V	V	F	V	V		V
V	F	V	V	F		V

F	V	F	F	V		F
F	F	F	F	F		F

O sequente é tautológico.

f) Interpretação:

P: Icabod faz dieta.

Q: Icabod emagrecerá.

Formalização: $P \rightarrow Q, P \vDash Q$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	$P \rightarrow Q$	P	\vDash	Q
V	V	V	V		V
V	F	F	V		F
F	V	V	F		V
F	F	V	F		F

O sequente é tautológico.

g) Interpretação:

P: Temos problemas.

Q: Reagan ganha.

R: Carter ganha.

Formalização: $Q \rightarrow P, R \rightarrow P \vDash P$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	R	$Q \rightarrow P$	$R \rightarrow P$	\vDash	P
V	V	V	V	V		V
V	V	F	V	V		V
V	F	V	V	V		V
V	F	F	V	V		V

F	V	V	F	F	F
F	V	F	F	V	F
F	F	V	V	F	F
F	F	F	V	V	F

O sequente não é tautológico.

h) Interpretação:

P: Há liberdade nos países comunistas.

Q: Devia visitar a China.

Formalização: $\neg P \vDash \neg Q$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	$\neg P$	\vDash	$\neg Q$
V	V	F		F
V	F	F		V
F	V	V		F
F	F	V		F

O sequente não é tautológico.

i) Interpretação:

P: Deus é sumamente bom.

Q: Deus é todo poderoso.

R: O Mal existe.

Formalização: $P \wedge Q, (P \wedge Q) \rightarrow \neg R, R \vDash \neg P \vee \neg Q$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	R	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg R$	$P \wedge Q$	$(P \wedge Q) \rightarrow \neg R$	R	\vDash	$\neg P \vee \neg Q$
V	V	V	F	F	F	V	F	V		F
V	V	F	F	F	V	V	V	F		F

V	F	V	F	V	F	F	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V	F	V
F	V	V	V	F	F	F	V	V	V
F	V	F	V	F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	V	F	F	V	V	V
F	F	F	V	V	V	F	V	F	V

O sequente é tautológico.

j) Interpretação:

P: O Diabo tem graças redentoras.

Q: O Diabo é completamente mal.

Formalização: $\neg P \rightarrow Q \models Q \rightarrow \neg P$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	$\neg P$	$\neg P \rightarrow Q$	\models	$Q \rightarrow \neg P$
V	V	F	V		F
V	F	F	V		V
F	V	V	V		V
F	F	V	F		V

O sequente não é tautológico.

Página 60

1 -

a) $P \rightarrow \neg P$

P	$\neg P$	$P \rightarrow \neg P$
V	F	F
F	V	V

Fórmula contingente.

b) $(P \wedge Q) \leftrightarrow (Q \wedge P)$

P	Q	$(P \wedge Q)$	\leftrightarrow	$(Q \wedge P)$
---	---	----------------	-------------------	----------------

V	V	V	V	V
V	F	F	V	F
F	V	F	V	F
F	F	F	V	F

Tautologia.

c) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow (Q \rightarrow P)$

P	Q	$(P \rightarrow Q)$	\leftrightarrow	$(Q \rightarrow P)$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	F
F	F	V	V	V

Fórmula contingente.

d) $(P \rightarrow Q) \leftrightarrow \neg(P \wedge \neg Q)$

P	Q	$\neg Q$	$(P \wedge \neg Q)$	$(P \rightarrow Q)$	\leftrightarrow	$\neg(P \wedge \neg Q)$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	V	F
F	V	F	F	V	V	V
F	F	V	F	V	V	V

Tautologia.

e) $(Q \vee \neg Q) \wedge \neg(P \vee \neg P)$

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$(P \vee \neg P)$	$(Q \vee \neg Q)$	\wedge	$\neg(P \vee \neg P)$
V	V	F	F	V	V	F	F
V	F	F	V	V	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	F	F

Inconsistência.

f) $(P \rightarrow (Q \rightarrow R)) \rightarrow ((P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow R))$

P	Q	R	$Q \rightarrow R$	$(P \rightarrow (Q \rightarrow R))$	\rightarrow	$((P \rightarrow Q)$	\rightarrow	$(P \rightarrow R))$
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	F	F	V	V	F	F
V	F	V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	F	V	F
F	V	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	F	V	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V	V

Tautologia.

g) $(P \rightarrow Q) \rightarrow ((P \vee R) \rightarrow Q)$

P	Q	R	$(P \rightarrow Q)$	\rightarrow	$((P \vee R)$	\rightarrow	Q)
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	F	F
V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	F	V	F

Fórmula contingente.

h) $(P \rightarrow Q) \rightarrow (P \rightarrow (Q \vee R))$

P	Q	R	$(P \rightarrow Q)$	\rightarrow	(P	\rightarrow	$(Q \vee R))$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	V	F	V	F

Tautologia.

i) $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \wedge (P \rightarrow \neg Q)$

P	Q	$\neg Q$	(P	\wedge	(P \rightarrow Q))	\wedge	(P \rightarrow $\neg Q$)
V	V	F	V	V	V	F	F
V	F	V	V	F	F	F	V
F	V	F	F	F	V	F	V
F	F	V	F	F	V	F	V

Inconsistência.

2-

a) $\{\neg Q, P, \neg(Q \rightarrow R)\}$

P	Q	R	$Q \rightarrow R$	$\neg Q$	P	$\neg(Q \rightarrow R)$
V	V	V	V	F	V	F
V	V	F	F	F	V	V
V	F	V	V	V	V	F
V	F	F	V	V	V	F
F	V	V	V	F	F	F
F	V	F	F	F	F	V
F	F	V	V	V	F	F
F	F	F	V	V	F	F

Sequente tautológico formado com a negação da fórmula " $\neg(Q \rightarrow R)$ " como conclusão e as fórmulas restantes como premissas:

$\neg Q, P \models \neg\neg(Q \rightarrow R)$

P	Q	R	$\neg Q$	P	\models	$\neg\neg(Q \rightarrow R)$
V	V	V	F	V		V
V	V	F	F	V		F
V	F	V	V	V		V
V	F	F	V	V		V
F	V	V	F	F		V
F	V	F	F	F		F
F	F	V	V	F		V
F	F	F	V	F		V

b) $\{Q \rightarrow Q, P \rightarrow R, P, \neg(Q \vee R)\}$

P	Q	R	$Q \vee R$	$Q \rightarrow Q$	$P \rightarrow R$	P	$\neg(Q \vee R)$
V	V	V	V	V	V	V	F
V	V	F	V	V	F	V	F

V	F	V	V	V	V	V	F
V	F	F	F	V	F	V	V
F	V	V	V	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	F	F
F	F	F	F	V	V	F	V

Sequente tautológico formado com a negação da fórmula “ $\neg(Q \vee R)$ ” como conclusão e as fórmulas restantes como premissas.

$Q \rightarrow Q, P \rightarrow R, P \models \neg\neg(Q \vee R)$

P	Q	R	$Q \rightarrow Q$	$P \rightarrow R$	P	\models	$\neg\neg(Q \vee R)$
V	V	V	V	V	V		V
V	V	F	V	F	V		V
V	F	V	V	V	V		V
V	F	F	V	F	V		F
F	V	V	V	V	F		V
F	V	F	V	V	F		V
F	F	V	V	V	F		V
F	F	F	V	V	F		F

c) $\{P \rightarrow Q, Q, \neg P\}$

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\neg P$
V	V	V	F
V	F	F	F
F	V	V	V
F	F	V	V

As fórmulas não são inconsistentes.

d) $\{P, Q \rightarrow R, \neg(P \rightarrow R)\}$

P	Q	R	$P \rightarrow R$	P	$Q \rightarrow R$	$\neg(P \rightarrow R)$
V	V	V	V	V	V	F
V	V	F	F	V	F	V
V	F	V	V	V	V	F
V	F	F	F	V	V	V
F	V	V	V	F	V	F

F	V	F	V	F	F	F
F	F	V	V	F	V	F
F	F	F	V	F	V	F

As fórmulas não são inconsistentes.

3 – a) Interpretação:

P: O realismo deixa lugar aos milagres.

Q: Em circunstâncias meteorológicas normais.

R: a Luftwaffe seria a senhora indisputada dos céus.

S: as forças britânicas teriam sido destruídas.

Formalização: $\neg P, Q \rightarrow R, R \rightarrow S \models \neg P \rightarrow S$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	R	S	$\neg P$	$Q \rightarrow R$	$R \rightarrow S$	\models	$\neg P \rightarrow S$
V	V	V	V	F	V	V		V
V	V	V	F	F	V	F		V
V	V	F	V	F	F	V		V
V	V	F	F	F	F	V		V
V	F	V	V	F	V	V		V
V	F	V	F	F	V	F		V
V	F	F	V	F	V	V		V
V	F	F	F	F	V	V		V
F	V	V	V	V	V	V		V
F	V	V	F	V	V	F		F
F	V	F	V	V	F	V		V
F	V	F	F	V	F	V		F
F	F	V	V	V	V	V		V
F	F	V	F	V	V	F		F
F	F	F	V	V	V	V		V
F	F	F	F	V	V	V		V
F	F	F	F	V	V	V		F

O sequente não é tautológico.

b) Interpretação:

P: Existe mudança.

Q: Existe tempo.

R: Existem objetos que possam mudar.

Formalização:

$$\neg P \rightarrow \neg Q, \neg R \rightarrow \neg P \models R \vee \neg Q$$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	R	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg R$	$\neg P \rightarrow \neg Q$	$\neg R \rightarrow \neg P$	\models	$R \vee \neg Q$
V	V	V	F	F	F	V	V		V
V	V	F	F	F	V	V	F		F
V	F	V	F	V	F	V	F		V
V	F	F	F	V	V	V	F		V
F	V	V	V	F	F	F	V		V
F	V	F	V	F	V	F	V		F
F	F	V	V	V	F	V	V		V
F	F	F	V	V	V	V	V		V

O sequente é tautológico.

c) Interpretação:

P: A lógica é demasiado aborrecida.

Q: A lógica é demasiado difícil.

R: A lógica pertence à matemática.

S: A lógica pertence à filosofia.

$$\text{Formalização: } R \vee S, \neg\neg R \rightarrow Q, S \rightarrow P \models P \vee Q$$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	R	S	$R \vee S$	$\neg\neg R \rightarrow Q$	$S \rightarrow P$	\models	$P \vee Q$
V	V	V	V	V	V	V		V
V	V	V	F	V	V	V		V
V	V	F	V	V	V	V		V

V	V	F	F	F	V	V	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	F	F	F	V	V	V
F	V	V	V	V	V	F	V
F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V
F	V	F	F	F	V	V	V
F	F	V	V	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F	V	F
F	F	F	V	V	V	F	F
F	F	F	F	F	V	V	F

O sequente é tautológico.

d) Interpretação:

P: A vaca existe.

Q: Eu posso ver a vaca.

R: Os campos e a terra existem.

S: Eu posso existir.

Formalização: $\neg Q \rightarrow \neg P, \neg P \rightarrow \neg R, \neg R \rightarrow \neg S, S \rightarrow Q \models \neg S$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	R	S	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg R$	$\neg S$	$\neg Q \rightarrow \neg P$	$\neg P \rightarrow \neg R$	$\neg R \rightarrow \neg S$	$S \rightarrow Q$	\models	$\neg S$
V	V	V	V	F	F	F	F	V	V	V	V		F
V	V	V	F	F	F	F	V	V	V	V	V		V
V	V	F	V	F	F	V	F	V	V	F	V		F
V	V	F	F	F	F	V	V	V	V	V	V		V
V	F	V	V	F	V	F	F	F	V	V	F		F
V	F	V	F	F	V	F	V	F	V	V	V		V
V	F	F	V	F	V	V	F	F	V	F	F		F
V	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V	V		V
F	V	V	V	V	F	F	F	V	F	V	V		F
F	V	V	F	V	F	F	V	V	F	V	V		V
F	V	F	V	V	F	V	F	V	V	F	V		F
F	V	F	F	V	F	V	V	V	V	V	V		V
F	F	V	V	V	V	F	F	V	F	V	F		F

F	F	V	F	V	V	F	V	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	F	V	V	F	F	F
F	F	F	F	V	V	V	V	V	V	V	V	V

O sequente não é tautológico.

e) Interpretação:

P: Há alguma maneira empírica de distinguir entre o repouso e o movimento absolutos.

Q: O espaço absoluto existe.

R: O espaço relativo existe.

S: Há uma diferença entre o repouso absoluto e o espaço absoluto.

Formalização: $P \rightarrow (Q \wedge \neg R)$, $(P \wedge \neg P) \rightarrow (Q \rightarrow S) \vDash (\neg P \rightarrow \neg S) \rightarrow (Q \leftrightarrow P)$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	R	S	$\neg P$	$\neg R$	$\neg S$	P	$\rightarrow (Q \wedge \neg R)$	$(P \wedge \neg P)$	$\rightarrow (Q \rightarrow S)$	$\vDash (\neg P \rightarrow \neg S)$	$\rightarrow (Q \leftrightarrow P)$
V	V	V	V	F	F	F	V	F	F	V	V	V
V	V	V	F	F	F	V	V	F	F	V	F	V
V	V	F	V	F	V	F	V	V	F	V	V	V
V	V	F	F	F	V	V	V	V	F	V	F	V
V	F	V	V	F	F	F	V	F	F	V	V	F
V	F	V	F	F	F	V	V	F	F	V	V	F
V	F	F	V	F	V	F	V	F	F	V	V	F
V	F	F	F	V	V	V	V	F	F	V	V	F
F	V	V	V	V	F	F	F	V	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F	F	V	F	V	V	F
F	V	F	F	V	V	V	F	V	F	V	F	F
F	F	V	V	V	F	F	F	V	F	V	V	V
F	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	V	F	F	V	F	V	V	V
F	F	F	F	V	V	V	F	V	F	V	V	V

O sequente não é tautológico.

- a) Caso o sequente “A, B, C \vDash D” seja tautológico, a fórmula “((A \wedge B) \wedge C) \rightarrow D” será uma tautologia e vice versa. Isso ocorre, pois para que a fórmula seja uma tautologia, a conjunção de A, B e C (as premissas do sequente) nunca pode ser verdadeira ao mesmo tempo em que D é falsa (a conclusão do sequente).
- b) Se aceitarmos que B resulta validamente de A e que C resulta validamente de B, daqui segue-se que não há nenhum raciocínio em que C não resulte validamente de A, mas resulte validamente de B, pois B resulta validamente de A.
- c) Qualquer sequente com uma premissa contraditória nunca poderá ter todas as premissas verdadeiras e a conclusão falsa. Logo, é um sequente tautológico. Exp:

Argumento: A vida faz sentido e a vida não faz sentido.

Logo, Heidegger é um grande filósofo.

Interpretação:

P: A vida faz sentido.

Q: Heidegger é um grande filósofo.

Formalização: $P \wedge \neg P \vDash Q$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	$\neg P$	$P \wedge \neg P$	\vDash	Q
V	V	F	F		V
V	F	V	F		F
F	V	F	F		V
F	F	V	F		F

- d) Segundo a definição, é tautológico qualquer sequente em que seja impossível ter as premissas verdadeiras e a conclusão falsa. Ora, como a conclusão nunca pode ser falsa (é uma tautologia) o sequente nunca pode ter premissas verdadeiras e a conclusão falsa. Logo, o sequente é tautológico. Exp:

Argumento: A arte é fonte de conhecimento.

Logo, Deus existe ou não existe.

Interpretação:

P: A arte é fonte de conhecimento.

Q: Deus existe.

Formalização: $P \vDash Q \vee \neg Q$

Inspetor de Circunstâncias:

P	Q	P	\vDash	$Q \vee \neg Q$
V	V	V		V
V	F	V		V
F	V	F		V
F	F	F		V

5 –

Como demonstrar se uma fórmula é inconsistente sem construir uma tabela de verdade completa

Suponha que queremos determinar se a fórmula “ $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \wedge (P \rightarrow \neg Q)$ ” é uma inconsistência - letra i) do exercício 1 . Admitamos hipoteticamente que ela não é uma inconsistência. Deste modo há pelo menos uma linha de sua tabela de verdade que tem um V sob o conectivo principal, a conjunção (\wedge). Isto quer dizer que cada subfórmula da conjunção deve ter o valor V nessa mesma linha. Para que a primeira subfórmula “ $P \wedge (P \rightarrow Q)$ ” seja V, P tem de ser V e Q tem de ser V. Mas para que a segunda subfórmula “ $(P \rightarrow \neg Q)$ ” seja V, $\neg Q$ não pode ser F, uma vez que já determinamos P como V. Neste caso, para que “ $(P \rightarrow \neg Q)$ ” seja V, $\neg Q$ deve ser V. Mas como “ $P \wedge (P \rightarrow Q)$ ” é V, Q tem de ser V. Chegamos assim a uma contradição: Q é ao mesmo tempo V e F. Deste modo, podemos concluir que não pode existir esta linha na qual a fórmula “ $(P \wedge (P \rightarrow Q)) \wedge (P \rightarrow \neg Q)$ ” seja V. Portanto esta fórmula só pode ser uma inconsistência. Podemos demonstrar este raciocínio da seguinte forma:

(P	\wedge	(P	\rightarrow	Q)	\wedge	(P	\rightarrow	$\neg Q$)
					V			
	V						V	
V			V					
V		V		V		V		V

Aplicação dessa técnica à letra e) do exercício 1:

$$(Q \vee \neg Q) \wedge \neg(P \vee \neg P)$$

(Q	∨	¬Q)	∧	¬	(P	∨	¬P)
			∨				
	V					F	
V		F			V		F
	V					F	

P	→	Q,	P	≡	Q
	V		V		F
V		V	V		F

Técnica para determinar se um sequente é tautológico sem construir um inspetor de circunstâncias completo

Suponha que queremos determinar se o sequente “ $P \rightarrow Q, P \models Q$ ” é tautológico. Vamos admitir como hipótese que ele não seja tautológico. Neste caso deve haver uma linha em seu inspetor de circunstâncias em que “ $P \rightarrow Q$ ” e “ P ” tenham o valor de verdade V e a conclusão Q tenha o valor de verdade F. Se ambas as premissas devem ter o valor de verdade V, P deve ser V. Como P tem o valor V, para que “ $P \rightarrow Q$ ” seja V Q também deve ser V. Mas se Q é V, a conclusão Q não pode ser falsa. Logo, o sequente é tautológico, pois não pode existir uma linha em seu inspetor de circunstâncias na qual as premissas “ $P \rightarrow Q$ ” e “ P ” tenham o valor de verdade V e a conclusão Q tenha o valor de verdade F. Podemos demonstrar este raciocínio da seguinte forma:

Aplicação dessa técnica á letra b) do exercício 3:

$$\neg P \rightarrow \neg Q, \neg R \rightarrow \neg P \models R \vee \neg Q$$

¬P	→	¬Q	¬R	→	¬P	≡	R	∨	¬Q
----	---	----	----	---	----	---	---	---	----

	V			V			F	
V		F	V		V	F		F
	F			V			F	