Lógica II

Exercícios resolvidos de árvores semânticas

Por Matheus Silva

Professor Desidério Murcho
Universidade Federal de Ouro Preto
Departamento de Filosofia

Lógica, de Newton-Smith, Capítulo 5

Página 154

1) a – $\forall x(Fx \rightarrow Gx), \forall x(Gx \rightarrow Hx) \vdash \forall x(Fx \rightarrow Hx)$

$$
\begin{array}{c}
\forall x(Fx \rightarrow Gx) \\
\forall x(Gx \rightarrow Hx) \\
\neg \forall x(Fx \rightarrow Hx) \\
| \\
\exists x\ \neg(Fx \rightarrow Hx) \\
| \\
\neg(Fn \rightarrow Hn) \\
| \\
Fn \\
\neg Hn \\
| \\
Gn \rightarrow Hn \\
\diagup \quad \diagdown \\
\neg Gn \qquad Hn// \\
| \\
Fn \rightarrow Gn \\
\diagup \quad \diagdown \\
\backslash\backslash \neg Fn \qquad Gn//
\end{array}
$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

b – $\forall x(Fx \rightarrow Gx) \vdash \neg\exists x(\neg Gx \wedge Fx)$

$\forall x(Fx \rightarrow Gx)$
$\neg\neg\exists x(\neg Gx \wedge Fx)$
|
$\exists x(\neg Gx \wedge Fx)$
|
$\neg Gn \wedge Fn$
|
$\neg Gn$
Fn
|
$Fn \rightarrow Gn$
$\backslash\backslash\neg Fn \quad Gn//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

c – $\forall x(Fx \rightarrow Gx), \neg Gn \vdash \neg Fn$

$\forall x(Fx \rightarrow Gx)$
$\neg Gn$
$\neg\neg Fn$
|
Fn
|
$Fn \rightarrow Gn$
$\backslash\backslash\neg Fn \quad Gn//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

d – ∀x(Fx→¬Gx), Gn ⊢ ¬Fn

∀x(Fx→¬Gx)
Gn
¬¬Fn
|
Fn
|
Fn→¬Gn

\\¬Fn ¬Gn//

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

e – ∀x(Fx→Gx) ⊢ ∀x(¬Gx→¬Fx)

∀x(Fx→Gx)
¬∀x(¬Gx→¬Fx)
|
∃x¬(¬Gx→¬Fx)
|
¬(¬Gn→¬Fn)
|
Fn→Gn
|
¬Gn
¬¬Fn
|
Fn

\\¬Fn Gn//

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

f – $\forall x \forall y\ ((Fx \wedge Gy) \rightarrow Hxy),\ Fm \wedge Gn \vdash Hmn$

$$\forall x \forall y\ ((Fx \wedge Gy) \rightarrow Hxy)$$
$$Fm \wedge Gn$$
$$\neg Hmn$$
$$|$$
$$Fm \wedge Gn \rightarrow Hmn$$
$$\backslash\backslash \neg (Fm \wedge Gn) \quad Hmn//$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

g – $\forall x \forall y\ ((Fx \wedge Gy) \rightarrow Hxy),\ Fn \vdash \forall x (Gx \rightarrow Hnx)$

$$\forall x \forall y\ ((Fx \wedge Gy) \rightarrow Hxy)$$
$$Fn$$
$$\neg \forall x (Gx \rightarrow Hnx)$$
$$|$$
$$\exists x \neg (Gx \rightarrow Hnx)$$
$$|$$
$$\forall y ((Fn \wedge Gy) \rightarrow Hny)$$
$$|$$
$$\neg (Gm \rightarrow Hnm)$$
$$|$$
$$(Fn \wedge Gm) \rightarrow Hnm$$
$$|$$
$$Gm$$
$$\neg Hnm$$
$$\neg (Fn \wedge Gm) \quad Hnm//$$
$$\backslash\backslash \neg Fn \quad \neg Gm//$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

h – $\forall x(Fx \to Gx) \vdash \forall x(\neg Gx \to \neg Fx)$

$$\forall x(Fx \to Gx)$$
$$\neg \forall x(\neg Gx \to \neg Fx)$$
$$|$$
$$\exists x \neg(\neg Gx \to \neg Fx)$$
$$|$$
$$\neg(\neg Gn \to \neg Fn)$$
$$|$$
$$Fn \to Gn$$
$$|$$
$$\neg Gn$$
$$\neg\neg Fn$$
$$|$$
$$Fn$$
$$\backslash\backslash \neg Fn \qquad Gn//$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

i – $\exists x(Fx \land Gx),\ \forall x(Gx \to \neg Hx) \vdash \exists x(Fx \land \neg Hx)$

$$\exists x(Fx \land Gx)$$
$$\forall x(Gx \to \neg Hx)$$
$$\neg \exists x(Fx \land \neg Hx)$$
$$|$$
$$\forall x \neg(Fx \land \neg Hx)$$
$$|$$
$$Fn \land Gn$$
$$|$$
$$\neg(Fn \land \neg Hn)$$
$$|$$
$$Fn$$
$$Gn$$
$$\backslash\backslash \neg Fn \qquad \neg\neg Hn$$
$$|$$
$$Hn$$
$$|$$
$$Gn \to \neg Hn$$
$$\backslash\backslash \neg Gn \qquad \neg Hn//$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

j – $\forall x(Fx \rightarrow (Gx \vee Hx)),\ \exists x(Fx \wedge \neg Hx) \vdash \exists x(Fx \wedge Gx)$

$\forall x(Fx \rightarrow (Gx \vee Hx))$

$\exists x(Fx \wedge \neg Hx)$

$\neg \exists x(Fx \wedge Gx)$

|

$\forall x \neg (Fx \wedge Gx)$

|

$Fn \wedge \neg Hn$

|

Fn

$\neg Hn$

|

$\neg (Fn \wedge Gn)$

$\backslash\backslash \neg Fn \quad \neg Gn$

|

$Fn \rightarrow (Gn \vee Hn)$

$\backslash\backslash \neg Fn \quad Gn \vee Hn$

$\backslash\backslash Gn \quad Hn//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

k- Fn, $\forall x(Fx \to x=x) \vdash \exists x\ (x=n)$

Fn
$\forall x(Fx \to x=x)$
$\neg\exists x(x=n)$
|
$\forall x\neg(x=n)$
|
$Fn \to n=n$
/\
$\backslash\backslash\neg Fn \quad n=n$
|
$\neg(n=n)//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

l - $\forall x(Fx \to Gx), \forall x(Hx \to \neg Fx) \vdash \forall x(Hx \to \neg Gx)$

$\forall x(Fx \to Gx)$
$\forall x(Hx \to \neg Fx)$
$\neg\forall x(Hx \to \neg Gx)$
|
$\exists x\neg(Hx \to \neg Gx)$
|
$\neg(Hn \to \neg Gn)$
|
$Hn \to \neg Fn$
|
$Fn \to Gn$
|
Hn
$\neg\neg Gn$
|
Gn
/\
$\neg Fn \quad Gn$
/\ /\
$\backslash\backslash\neg Hn \quad \neg Fn \quad \backslash\backslash\neg Hn \quad \neg Fn$

A forma argumentativa é inválida, pois alguns ramos da árvore semântica não fecham.

Páginas 163-165

1 -

a) Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas

Fx: x é feliz

N: Reagan

Formalização: $\exists xFx \to Fn \vdash \forall xFx$

$$
\begin{array}{ccc}
 & \exists xFx \to Fn & \\
 & \neg \forall xFx & \\
 & | & \\
 & \exists x \neg Fx & \\
 & | & \\
 & \neg Fn & \\
 & \diagup \quad \diagdown & \\
\neg \exists xFx & & Fn // \\
| & & \\
\forall x \neg Fx & & \\
| & & \\
\neg Fn & &
\end{array}
$$

A forma argumentativa é inválida, pois alguns ramos da árvore semântica não fecham.

b) Interpretação:
Domínio: conjunto das coisas
Fx: x é um fóssil
Gx: x pode ter relações sexuais
Hx: x é uma ostra

Formalização: $\forall x(Fx\rightarrow\neg Gx),\ \forall x(Hx\rightarrow Gx) \vdash \forall x(Hx\rightarrow\neg Fx)$

$$\forall x(Fx\rightarrow\neg Gx)$$
$$\forall x(Hx\rightarrow Gx)$$
$$\neg\forall x(Hx\rightarrow\neg Fx)$$
$$|$$
$$\exists x\neg(Hx\rightarrow\neg Fx)$$
$$|$$
$$\neg(Hn\rightarrow\neg Fn)$$
$$|$$
$$Hn$$
$$\neg\neg Fn$$
$$|$$
$$Fn$$
$$|$$
$$Hn\rightarrow Gn$$
$$\backslash\backslash\neg Hn \qquad Gn$$
$$|$$
$$Fn\rightarrow\neg Gn$$
$$\backslash\backslash\neg Fn \qquad \neg Gn//$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

c)
Interpretação:
Domínio: conjunto seres vivos
Fx: x é uma águia
Gx: x pode voar
Hx: x é um porco

Formalização: $\forall x(Fx \rightarrow Gx), \exists x(Hx \wedge \neg Gx) \vdash \exists x(Hx \wedge \neg Fx)$

$\forall x(Fx \rightarrow Gx)$
$\exists x(Hx \wedge \neg Gx)$
$\neg \exists x(Hx \wedge \neg Fx)$
|
$\forall x \neg (Hx \wedge \neg Fx)$
|
$Hn \wedge \neg Gn$
|
Hn
$\neg Gn$
|
$\neg (Hn \wedge \neg Fn)$
/ \
$\backslash\backslash \neg Hn$ $\neg\neg Fn$
|
Fn
|
$Fn \rightarrow Gn$
/ \
$\backslash\backslash \neg Fn$ $Gn //$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

d)
Interpretação:
Domínio: conjunto das pessoas vivas
Fx: x é político
Gx: x é charlatão

Formalização: $\forall x(Fx \rightarrow Gx),\ \exists xFx \vdash \exists xGx$

$$\forall x(Fx \rightarrow Gx)$$
$$\exists xFx$$
$$\neg\exists xGx$$
$$|$$
$$\forall x\neg Gx$$
$$|$$
$$Fn$$
$$|$$
$$\neg Gn$$
$$|$$
$$Fn \rightarrow Gn$$
$$\backslash\backslash\neg Fn \qquad Gn//$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

e)
Interpretação:
Domínio: conjunto das pessoas vivas
Fx: x é político
Gx: x é dispensável

Formalização: $\forall x(Fx \rightarrow Gx) \vdash \neg\exists x(Fx \wedge \neg Gx)$

$$\forall x(Fx \rightarrow Gx)$$
$$\neg\neg\exists x(Fx \wedge \neg Gx)$$
$$|$$
$$\exists x(Fx \wedge \neg Gx)$$
$$|$$
$$Fn \wedge \neg Gn$$
$$|$$
$$Fn$$
$$\neg Gn$$
$$|$$
$$Fn \rightarrow Gn$$
$$\diagup \diagdown$$
$$\backslash\backslash \neg Fn \quad Gn//$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

f)

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas

Fx: x é um zemíndar

Gx: x é poderoso

Formalização: $\forall x(Fx \rightarrow Gx) \vdash \forall x(\neg Gx \rightarrow \neg Fx)$

$$\forall x(Fx \rightarrow Gx)$$
$$\neg \forall x(\neg Gx \rightarrow \neg Fx)$$
$$|$$
$$\exists x \neg(\neg Gx \rightarrow \neg Fx)$$
$$|$$
$$\neg(\neg Gn \rightarrow \neg Fn)$$
$$|$$
$$\neg Gn$$
$$\neg\neg Fn$$
$$|$$
$$Fn$$
$$|$$
$$Fn \rightarrow Gn$$
$$\backslash\backslash \neg Fn \qquad Gn //$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

g)

Interpretação:

Domínio: conjunto de todas as coisas

Fx: x é uma maçã

Gx: x fica feliz

Hx: x é uma criança

Q: neva

P: chove

Formalização: $P \rightarrow \forall x(Fx \rightarrow Gx),\ Q \rightarrow \forall x(Hx \rightarrow Gx),\ P \vee Q \vdash \exists xGx$

$P \rightarrow \forall x(Fx \rightarrow Gx)$

$Q \rightarrow \forall x(Hx \rightarrow Gx)$

$P \vee Q$

$\neg \exists xGx$

$\forall x \neg Gx$

P $\qquad\qquad\qquad\qquad$ Q

$\backslash\backslash \neg P$ $\quad$ $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$ $\qquad$ $\neg P$ $\quad$ $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$

$\neg Q$ $\quad$ $\forall x(Hx \rightarrow Gx)$ $\quad$ $\backslash\backslash \neg Q$ $\quad$ $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$ $\quad$ $\backslash\backslash \neg Q$ $\quad$ $\forall x(Fx \rightarrow Gx)$

A forma argumentativa é inválida, pois alguns ramos da árvore semântica não fecham.

h) Interpretação:
Domínio: conjunto das pessoas
Fx: x é tolo
Gxy: x gosta de y
N: Icabod

Formalização: $\forall x \forall y(Fy \rightarrow \neg Gxy), Fn \vdash \forall x \neg Gxn$

$$
\begin{array}{c}
\forall x \forall y(Fy \rightarrow \neg Gxy) \\
Fn \\
\neg \forall x \neg Gxn \\
| \\
\exists x \neg\neg Gxn \\
| \\
\neg\neg Gmn \\
| \\
Gmn \\
| \\
Fn \rightarrow \neg Gmn \\
\diagup \quad \diagdown \\
\backslash\backslash \neg Fn \quad \neg Gmn //
\end{array}
$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

i)Interpretação:
Domínio: conjunto das pessoas vivas
Fx: x é canadense
Gx: x é aborrecido
Formalização: $\forall x(Fx \rightarrow Gx), \exists x \neg Gx \vdash \exists x \neg Fx$

$$
\begin{array}{c}
\forall x(Fx \rightarrow Gx) \\
\exists x \neg Gx \\
\neg \exists x \neg Fx \\
| \\
\forall x \neg \neg Fx \\
| \\
\forall x Fx \\
| \\
\neg Gn \\
| \\
Fn \\
| \\
Fn \rightarrow Gn \\
\diagup \quad \diagdown \\
\backslash\backslash \neg Fn \qquad Gn //
\end{array}
$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

j) Interpretação:
Domínio: conjunto das pessoas
Fx: x é aborrecido
Gx: x é rico
Formalização: $\neg\exists x(\neg Fx \wedge \neg Gx) \vdash \exists x \neg Fx \rightarrow \exists x Gx$

$\neg\exists x(\neg Fx \wedge \neg Gx)$
$\neg(\exists x \neg Fx \rightarrow \exists x Gx)$
|
$\forall x \neg(\neg Fx \wedge \neg Gx)$
|
$\exists x \neg Fx$
$\neg\exists x Gx$
|
$\neg Fn$
|
$\forall x \neg Gx$
|
$\neg Gn$
|
$\neg(\neg Fn \wedge \neg Gn)$

$\neg\neg Fn \qquad \neg\neg Gn$
| |
$\backslash\backslash Fn \qquad Gn//$

A forma argumentativa é inválida, pois alguns ramos da árvore semântica não fecham.

k)Interpretação:
Domínio: conjunto das pessoas
Fxy: x ama y
N: Icabod
Formalização:$\exists x \forall y\ Fxy \vdash \exists x Fxn$

$$\begin{array}{c} \exists x \forall y\ Fxy \\ \neg \exists x Fxn \\ | \\ \forall x \neg Fxn \\ | \\ \forall y Fmy \\ | \\ \neg Fmn \\ | \\ Fmn // \end{array}$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

l) Interpretação:
Domínio: conjunto das pessoas
Fx: x é desprezível
Gx: x é falsamente difamado
Formalização: $\exists x(Fx \vee Gx), \neg \exists xFx \vdash \exists xGx$

$$
\begin{array}{c}
\exists x(Fx \vee Gx) \\
\neg \exists xFx \\
\neg \exists xGx \\
| \\
\forall x \neg Gx \\
| \\
\forall x \neg Fx \\
| \\
Fn \vee Gn \\
| \\
\neg Gn \\
| \\
\neg Fn \\
\diagup \quad \diagdown \\
\backslash\backslash Fn \quad Gn//
\end{array}
$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

m)Interpretação:
Domínio: conjunto das pessoas
Fxy: x é mais alto que y
Formalização:$\exists x \exists y(Fxy \rightarrow \neg Fxy)$, $\exists x \exists y\, Fxy \vdash \neg \forall x \forall y\, Fxy$

$$\begin{array}{c}
\exists x \exists y(Fxy \rightarrow \neg Fxy) \\
\exists x \exists y\, Fxy \\
\neg\neg \forall x \forall y\, Fxy \\
| \\
\forall x \forall y\, Fxy \\
| \\
Fnm \rightarrow \neg Fnm \\
| \\
Fmn \\
\diagup \quad \diagdown \\
\neg Fnm \qquad \neg Fnm // \\
| \qquad\qquad\qquad \\
\backslash\backslash\, Fnm \qquad\qquad\quad
\end{array}$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham. (Note-se que não é necessário usar a premissa $\exists x \exists y$ Fxy)

n)Interpretação:
Domínio: conjunto das pessoas
Fx: x é uma criança
Gx: x tem pai
Formalização:$\exists xFx,\ \forall x(Fx \rightarrow Gx) \vdash \neg\exists x\neg Gx$

$\exists xFx$

$\forall x(Fx \rightarrow Gx)$

$\neg\neg\exists x\neg Gx$

|

$\exists x\neg Gx$

|

Fn

|

$Fn \rightarrow Gn$

/ \

\\\\$\neg Fn$ Gn

|

$\neg Gm$

A forma argumentativa é inválida, pois alguns ramos da árvore semântica não fecham.

2 –
a)$\forall xFx \dashv\vdash \forall yFy$

$\forall xFx \vdash \forall yFy$

$\forall xFx$

$\neg\forall yFy$

|

$\exists y\neg Fy$

|

$\neg Fn$

|

Fn//

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

$\forall yFy \vdash \forall xFx$
$\forall yFy$
$\neg\forall xFx$
|
$\exists x\neg Fx$
|
$\neg Fn$
|
$Fn//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

b)$\exists xFx \dashv\vdash \exists yFy$

$\exists xFx \vdash \exists yFy$
$\exists xFx$
$\neg\exists yFy$
|
$\forall y\neg Fy$
|
Fn
|
$\neg Fn//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

$\exists yFy \vdash \exists xFx$

$\exists yFy$

$\neg\exists xFx$

|

$\forall x\neg Fx$

|

Fn

|

$\neg Fn//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

c) $\forall x\forall y\, Fxy \dashv\vdash \forall y\forall xFxy$

$\forall x\forall y\, Fxy \vdash \forall y\forall xFxy$

$\forall x\forall y\, Fxy$

$\neg\forall y\forall xFxy$

|

$\exists y\neg\forall xFxy$

|

$\neg\forall xFxn$

|

$\exists x\neg Fxn$

|

$\neg Fmn$

|

$Fmn//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

$\forall y\forall xFxy \vdash \forall x\forall y\, Fxy$
$\forall y\forall x\, Fxy$
$\neg\forall x\forall y\, Fxy$
|
$\exists x\neg\forall yFxy$
|
$\neg\forall yFny$
|
$\exists y\neg Fny$
|
$\neg Fnm$
|
$\forall xFxm$
|
Fnm//

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

d)$\exists x\exists y\, Fxy \dashv\vdash \exists y\exists xFxy$

$\exists x\exists y\, Fxy \vdash \exists y\exists xFxy$
$\exists x\exists y\, Fxy$
$\neg\exists y\exists xFxy$
|
$\forall y\neg\exists xFxy$
|
$\exists yFny$
|
Fnm
|
$\neg\exists xFxm$
|
$\forall x\neg Fxm$

|
$\neg Fnm//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

$\exists y \exists x\, Fxy \vdash \exists x \exists y\, Fxy$
$\exists y \exists x\, Fxy$
$\neg \exists x \exists y\, Fxy$
|
$\forall x \neg \exists y Fxy$
|
$\exists x Fxm$
|
Fnm
|
$\neg \exists y Fny$
|
$\forall y \neg Fny$
|
$\neg Fnm//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

e) $\exists x \forall y\, Fxy \vdash \forall y \exists x Fxy$

$$\exists x \forall y\, Fxy \vdash \forall y \exists x Fxy$$
$$\exists x \forall y\, Fxy$$
$$\neg \forall y \exists x Fxy$$
$$|$$
$$\exists y \neg \exists x Fxy$$
$$|$$
$$\forall y Fny$$
$$|$$
$$Fnm$$
$$|$$
$$\neg \exists x Fxm$$
$$|$$
$$\forall x \neg Fxm$$
$$|$$
$$\neg Fnm //$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

f) $\forall x(Fx \rightarrow Gx) \vdash \forall x \neg Gx \rightarrow \forall x \neg Fx$

$$\forall x(Fx \rightarrow Gx)$$
$$\neg(\forall x \neg Gx \rightarrow \forall x \neg Fx)$$
$$\forall x \neg Gx$$
$$\neg \forall x \neg Fx$$
$$\exists x \neg\neg Fx$$
$$\exists x Fx$$
$$Fn$$
$$\neg Gn$$
$$Fn \rightarrow Gn$$
$$\backslash\backslash \neg Fn \quad Gn //$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

g) ∀x(Fx→Gx) ⊢∃x¬Gx →∃x¬Fx

∀x(Fx→Gx)
¬(∃x¬Gx →∃x¬Fx)
|
∃x¬Gx
¬∃x¬Fx
|
∀x¬¬Fx
|
∀xFx
|
¬Gn
|
Fn
|
Fn→Gn
/\
\\¬Fn   Gn//

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

3 – a)∀xFx⊣⊢¬∃x¬Fx

∀xFx ⊢¬∃x¬Fx
∀xFx
¬¬∃x¬Fx
|
∃x¬Fx
|
¬Fn
|
Fn//

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

$$\neg\exists x\neg Fx \vdash \forall xFx$$

$$\neg\exists x\neg Fx$$

$$\neg\forall xFx$$

|

$$\exists x\neg Fx$$

|

$$\neg Fn$$

|

$$\forall x\neg\neg Fx$$

|

$$\forall xFx$$

|

$$Fn//$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

b) $\exists xFx \dashv\vdash \neg\forall x\neg Fx$

$$\exists xFx \vdash \neg\forall x\neg Fx$$

$$\exists xFx$$

$$\neg\neg\forall x\neg Fx$$

|

$$\forall x\neg Fx$$

|

$$Fn$$

|

$$\neg Fn//$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

$\neg\forall x\neg Fx \vdash \exists xFx$

$\neg\forall x\neg Fx$

$\neg\exists xFx$

|

$\forall x\neg Fx$

|

$\exists x\neg\neg Fx$

|

$\exists xFx$

|

Fn

|

$\neg Fn//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

c) $\forall x(P\rightarrow Fx) \dashv\vdash P\rightarrow\forall xFx$

$\forall x(P\rightarrow Fx)\vdash P\rightarrow\forall xFx$

$\forall x(P\rightarrow Fx)$

$\neg(P\rightarrow\forall xFx)$

|

P

$\neg\forall xFx$

|

$\exists x\neg Fx$

|

$\neg Fn$

|

$P\rightarrow Fn$

$\backslash\backslash\neg P \qquad Fn//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

d) $\forall x(P \wedge Fx) \dashv\vdash P \wedge \forall xFx$

$$\forall x(P \wedge Fx) \vdash P \wedge \forall xFx$$

Não é demonstrável pelo método das árvores semânticas. Isto significa que, para este método não ser incompleto, é necessário introduzir regras sintáticas que determinem como fórmula mal formada a premissa deste seqüente, com base no fato de ser vácuo colocar o quantificador antes do P.

$P \wedge \forall xFx \vdash \forall x(P \wedge Fx)$

$P \wedge \forall xFx$

$\neg \forall x(P \wedge Fx)$

|

$\exists x \neg (P \wedge Fx)$

|

$\neg (P \wedge Fn)$

|

P

$\forall xFx$

|

Fn

/ \

\\ $\neg$P $\neg$Fn//

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

e) $\forall x(P \vee Fx) \dashv\vdash P \vee \forall xFx$

$$\forall x(P \vee Fx) \vdash P \vee \forall xFx$$

$$\forall x(P \vee Fx)$$

$$\neg(P \vee \forall xFx)$$

$$|$$

$$\neg P$$

$$\neg \forall xFx$$

$$|$$

$$\exists x \neg Fx$$

$$|$$

$$\neg Fn$$

$$|$$

$$P \vee Fn$$

$$\backslash\backslash P \qquad Fn//$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

$$P \vee \forall xFx \vdash \forall x(P \vee Fx)$$

$$P \vee \forall xFx$$

$$\neg \forall x(P \vee Fx)$$

$$|$$

$$\exists x \neg(P \vee Fx)$$

$$|$$

$$\neg(P \vee Fn)$$

$$|$$

$$\neg P$$

$$\neg Fn$$

$$|$$

$$\backslash\backslash P \qquad \forall xFx$$

|

$Fn//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

f) $\exists x(P \vee Fx) \dashv\vdash P \vee \exists xFx$

$$\exists x(P \vee Fx) \vdash P \vee \exists xFx$$

$$\exists x(P \vee Fx)$$

$$\neg (P \vee \exists xFx)$$

|

$$\neg P$$

$$\neg \exists xFx$$

|

$$\forall x \neg Fx$$

|

$$P \vee Fn$$

|

$$\neg Fn$$

$$\backslash\backslash P \qquad Fn//$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

$$P \vee \exists xFx \vdash \exists x(P \vee Fx)$$

Não é demonstrável pelo método das árvores semânticas. Isto significa que, para este método não ser incompleto, é necessário introduzir regras sintáticas que determinem como fórmula mal formada a conclusão deste seqüente, com base no fato de ser vácuo colocar o quantificador antes do P.

g)$\exists x(P\wedge Fx) \dashv\vdash P\wedge\exists xFx$

$$
\begin{array}{c}
\exists x(P\wedge Fx) \vdash P\wedge\exists xFx \\
\exists x(P\wedge Fx) \\
\neg (P\wedge\exists xFx) \\
| \\
\neg P \\
\neg\exists xFx \\
| \\
P\wedge Fn \\
| \\
P//
\end{array}
$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

$$
\begin{array}{c}
P\wedge\exists xFx \vdash \exists x(P\wedge Fx) \\
P\wedge\exists xFx \\
\neg\exists x(P\wedge Fx) \\
| \\
\forall x\neg(P\wedge Fx) \\
| \\
P \\
\exists xFx \\
| \\
Fn \\
| \\
\neg(P\wedge Fn) \\
\diagup \quad \diagdown \\
\backslash\backslash\neg P \quad \neg Fn//
\end{array}
$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

h) $\exists x(Fx \rightarrow P) \dashv\vdash \forall xFx \rightarrow P$

$$
\begin{array}{c}
\exists x(Fx \rightarrow P) \vdash \forall xFx \rightarrow P \\
\exists x(Fx \rightarrow P) \\
\neg(\forall xFx \rightarrow P) \\
| \\
\forall xFx \\
\neg P \\
| \\
Fn \rightarrow P \\
| \\
Fn \\
\diagup \quad \diagdown \\
\backslash\backslash \neg Fn \qquad P//
\end{array}
$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

$$
\begin{array}{c}
\forall xFx \rightarrow P \vdash \exists x(Fx \rightarrow P) \\
\forall xFx \rightarrow P \\
\neg \exists x(Fx \rightarrow P) \\
| \\
\forall x \neg(Fx \rightarrow P) \\
\diagup \quad \diagdown \\
\begin{array}{cc}
\neg \forall xFx & P \\
| & | \\
\exists x \neg Fx & \neg(Fn \rightarrow P) \\
| & | \\
\neg Fn & Fn \\
| & \neg P// \\
\neg(Fn \rightarrow P) & \\
| & \\
Fn// &
\end{array}
\end{array}
$$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

i) $\forall x(Fx \rightarrow P) \dashv\vdash \exists xFx \rightarrow P$

$\forall x(Fx \rightarrow P) \vdash \exists xFx \rightarrow P$

$\forall x(Fx \rightarrow P)$

$\neg(\exists xFx \rightarrow P)$

|

$\exists xFx$

$\neg P$

|

Fn

|

$Fn \rightarrow P$

$\backslash\backslash \neg Fn \quad P//$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.

$\exists xFx \rightarrow P \vdash \forall x(Fx \rightarrow P)$

$\exists xFx \rightarrow P$

$\neg \forall x(Fx \rightarrow P)$

|

$\exists x \neg(Fx \rightarrow P)$

|

$\neg(Fn \rightarrow P)$

|

Fn

$\neg P$

$\neg \exists xFx \quad P//$

|

$\backslash\backslash \neg Fn$

A forma argumentativa é válida, pois todos os ramos da árvore semântica fecham.