Lógica I (FIL 120)

Universidade Federal de Ouro Preto

Professor Desidério Murcho

Exercícios resolvidos por Matheus Silva

Notas de Desidério Murcho

Capítulo 5

Lógica: Um Curso Introdutório, de W. H. Newton-Smith (Gradiva, 1998)

Página 147

1 –

a) Icabod é infeliz.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

n: Icabod

Fx: x é feliz

Formalização: ¬Fn

b) Alguém é infeliz.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é feliz

Formalização: ∃x ¬Fx

c) Toda a gente é infeliz.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é feliz

Formalização: ∀x ¬Fx

d) Icabod odeia Isabel.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

m: Icabod

n: Isabel

Fxy: x odeia y

Formalização: Fmn

e) Icabod odeia alguém.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

n: Icabod

Fyx: y odeia x

Formalização: ∃x Fnx

f) Alguém odeia Icabod.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

n: Icabod

Fxn: x odeia y

Formalização: ∃x Fxn

g) Alguém odeia alguém.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxy: x odeia y

Formalização: ∃x ∃y Fxy

h) Alguém se odeia a si mesmo.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxx: x odeia x

Formalização: ∃x Fxx

i) Toda a gente se odeia a si mesma.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxx: x odeia x

Formalização: ∀x Fxx

j) Icabod odeia toda a gente.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

n: Icabod

Fxy: x odeia y

Formalização: ∀x Fnx

k) Toda a gente odeia Icabod.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

n: Icabod

Fxy: x odeia y

Formalização: ∀x Fxn

l) Toda a gente odeia toda a gente.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxx: x odeia x

Formalização: ∀x ∀y Fxy

m) Alguém odeia toda a gente.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxy: x odeia y

Formalização: $\exists x \forall y\ Fxy$

n) Toda a gente odeia alguém.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxy: x odeia y

Formalização: $\forall x\ \exists y\ Fxy$

o) Todos os zemíndares são poderosos.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar.

Gx: x é poderoso.

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gx)$

p) Nenhum zemíndar é poderoso.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar.

Gx: x é poderoso.

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow \neg Gx)$

q) Alguns zemíndares são poderosos.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar.

Gx: x é poderoso.

Formalização: $\exists x\ (Fx \wedge Gx)$

r) Alguns zemíndares não são poderosos.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar.

Gx: x é poderoso.

Formalização: $\exists x\ (Fx \wedge \neg Gx)$

s) Todos os zemíndares poderosos têm sorte.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar.

Gx: x é poderoso.

Hx: x tem sorte.

Formalização: $\forall x\ ((Fx \land Gx) \to Hx)$

t) Alguns zemíndares odeiam Icabod.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar

Gxy: x odeia y

n: Icabod

Formalização: $\exists x\ (Fx \land Gxn)$

u) Todos os zemíndares odeiam Icabod.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar

Gxy: x odeia y

n: Icabod

Formalização: $\forall x\ (Fx \to Gxn)$

v) Icabod odeia zemíndares com sorte.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar

Gx: x tem sorte

Hxy: x odeia y

n: Icabod

Formalização: $\forall x\ ((Fx \land Gx) \to Hnx)$

w) Icabod só odeia zemíndares.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar

Gxy: x odeia y

n: Icabod

Formalização: $\forall x\ (Gnx \to Fx)$

x) Oxford fica entre Reading e Bristol.

Interpretação:

Domínio: conjunto das cidades da Inglaterra

Fxyz: x fica entre y e z

n: Oxford

o: Reading

p: Bristol

Formalização: Fnop

y) Há uma cidade que fica entre Reading e Bristol.

Interpretação:

Domínio: conjunto das cidades da Inglaterra

Fxyz: x fica entre y e z

n: Reading

o: Bristol

Formalização: ∃x Fxno

z) Há uma cidade que fica entre duas cidades.

Interpretação:

Domínio: conjunto das cidades do mundo

Fxyz: x fica entre y e z

Formalização: ∃x ∃y ∃z Fxyz

2-

a) Icabod gosta de um zemíndar.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar

Gxy: x gosta de y

n: Icabod

Formalização: $\exists x\ (Fx \land Gnx)$ ou $\forall x\ (Fx \rightarrow Gnx)$

b) Alguns zemíndares são insultados todos os dias.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é um zemíndar

Gx: x é um dia

Hxy: x é insultado em y

Formalização: $\forall x\ (Gx \rightarrow \exists y\ (Fy \land Hyx))$ ou $\exists y\ (Fy \land \forall x\ (Gx \rightarrow Hyx))$

c)Todos os zemíndares montam dragões.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas e das criaturas ficcionais

Fx: x é um zemíndar

Mxy: x monta y

Dx: x é um dragão

Formalização: $\forall x\ \exists y\ (Fx \rightarrow (Mxy \land Dx))$

> **Nota**: Do ponto de vista estritamente formal, podemos estipular o domínio que quisermos — juntando, como neste caso, as pessoas com as criaturas ficcionais. Filosoficamente, contudo, poderá objetar-se que as criaturas ficcionais pertencem a uma categoria ontológica claramente diferente das pessoas, nomeadamente porque as primeiras, mas não as segundas, não são reais. Seja qual for a abordagem escolhida, é argumentável que tem de ser

possível quantificar conjuntamente sobre particulares realmente existentes e particulares ficcionais; mas esta abordagem parece obrigar a introduzir o predicado da "existência real", para distinguir os objetos do domínio que realmente existem dos que existem apenas enquanto criaturas ficcionais. Mas na lógica clássica a existência nunca é um predicado de primeira ordem. Por esta razão, na lógica clássica não se pode quantificar sobre criaturas ficcionais; só podemos quantificar sobre criaturas reais. Tanto este exercício como o seguinte chamam a atenção para esta limitação da lógica clássica.

d) Nenhum zemíndar gosta de dragões.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas e das criaturas ficcionais

Fx: x é um zemíndar

Gx: x gosta de y

Dx: x é um dragão

Formalização: $\forall x\ \forall y\ ((Fx \wedge Dx) \rightarrow \neg Gxy)$

e) Se toda a gente está atrasada, Icabod fica furioso.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x está atrasado

Gx: x fica furioso

n: Icabod

Formalização: $\forall x\, Fx \rightarrow Gn$

A formalização não poderia ser 1) $\forall x\, (Fx \rightarrow Gn)$, porque neste caso Icabod ficaria furioso desde que uma só pessoa chegasse atrasada. Para se ver a porquê, traduz-se a fórmula para a lógica proposicional, usando como modelo um conjunto de alguns objetos; vamos usar dois apenas, para facilitar. Então, ficaria:

1*) $(F_1 \rightarrow Gn) \wedge (F_2 \rightarrow Gn)$. Suponha-se que 1 não chega atrasada, mas 2 chega atrasada. Nesse caso, a primeira condicional é verdadeira porque tem uma antecedente falsa. Mas se Icabod não ficar furioso quando 2 chega atrasada, a segunda condicional será falsa, o que torna a conjunção falsa. Portanto, para a afirmação original ser verdadeira, Icabod tem de ficar furioso quando pelo menos uma pessoa chega atrasada.

O que queremos realmente exprimir é isto:

2) $(F_1 \wedge F_2) \rightarrow Gn$. Caso 1 não chegue atrasada e 2 chegue atrasada, e caso Icabod não fique furioso, a afirmação original é verdadeira. Para a afirmação original ser verdadeira, Icabod não tem de ficar furioso quando apenas uma pessoa chega atrasada. Mas, claro, se 1 e 2 chegarem ambas atrasadas e Icabod não ficar furioso, então a afirmação será falsa. Portanto, para a afirmação ser verdadeira, Icabod só tem de ficar furioso quando todas as pessoas chegam atrasadas.

f) Se alguém está atrasado, Icabod fica furioso.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x está atrasado

Gx: x fica furioso

n: Icabod

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gn)$

Esta formalização é equivalente à formalização mais intuitiva seguinte: 1) $\exists x\ Fx \rightarrow Gn$. Para ver a equivalência, recorremos uma vez mais à tradução da fórmula na lógica proposicional, usando um modelo com dois objetos apenas. Nesse caso, 1 traduz-se na seguinte fórmula: $(F_1 \vee F_2) \rightarrow Gn$. Ora, esta fórmula é equivalente à fórmula $(F_1 \rightarrow Gn) \wedge (F_2 \rightarrow Gn)$ que, como vimos acima, traduz no nosso modelo a fórmula $\forall x\ (Fx \rightarrow Gn)$. Demonstração (apenas numa direção):

1. $(F_1 \vee F_2) \rightarrow Gn$	
2. $\neg(F_1 \vee F_2) \vee Gn$	1, Def. de $\rightarrow$
3. $(\neg F_1 \wedge \neg F_2) \vee Gn$	2, De Morgan
4. $(\neg F_1 \vee Gn) \wedge (\neg F_2 \vee Gn)$	3, Distribuição
5. $(F_1 \rightarrow Gn) \wedge (F_2 \rightarrow Gn)$	4, Def. de $\rightarrow$ (2 x) QED

g) Se uma pessoa qualquer estiver atrasada, Icabod fica furioso.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x está atrasado

Gx: x fica furioso

n: Icabod

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gn)$

h) Se Icabod ficar furioso, ninguém está atrasado.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x fica furioso

Gx: x está atrasado

n: Icabod

Formalização: $Fn \rightarrow \neg\exists x\, Gx$

i) Se Icabod está furioso, alguém está atrasado.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x fica furioso

Gx: x está atrasado

n: Icabod

Formalização: $Fn \rightarrow \exists x\, Gx$

j) Se alguém é mais alto do que ele, então ele é mais baixo do que alguém.

Interpretação:

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fxy: x é mais alto que y

Gyx: y é mais baixo que x

Formalização: $\exists x \exists y (Fxy \rightarrow Gyx)$

k) As coisas mais caras nem sempre são as melhores.

Interpretação:

Domínio: as coisas que têm preço

Fxy: x é mais caro que y

Gxy: x é melhor que y

Formalização: $\exists x \exists y (Fxy \wedge \neg Gxy)$

l) Só os fascistas têm menos escrúpulos que os mafiosos.

Interpretação:

Domínio: o conjunto das pessoas vivas

Fx: x é fascista

Gx: x é mafioso

Hxy: x tem menos escrúpulos que y

Formalização: $\forall x \forall y ((Hxy \wedge Gy) \rightarrow Fx)$

m) Ninguém tem menos escrúpulos do que um fascista.

Interpretação:

Domínio: o conjunto das pessoas vivas

Fx: x é fascista

Hxy: x tem menos escrúpulos que y

Formalização: $\forall y \neg \exists x (Hxy \wedge Fy)$

n) Uma pessoa é fascista se, e só se, não tiver escrúpulos.

Interpretação:

Domínio: o conjunto das pessoas vivas

Fx: x é fascista

Gx: x tem escrúpulos

Formalização: $\forall x (Fx \leftrightarrow \neg Gx)$

o) Só se se for fascista é que se será desprezado.

Interpretação:

Domínio: o conjunto das pessoas vivas

Fx: x é fascista

Gx: x é desprezado

Formalização: $\forall x (Gx \rightarrow Fx)$

p) Quando mais se sobe, maior é a queda.

Interpretação:

Domínio: Todas as pessoas

Fxy: x sobe mais que y

Gxy: x tem uma queda maior que y

Formalização: $\forall x \, \forall y \, (Fxy \rightarrow Gxy)$

q) Pedra que rola não cria musgo.

Interpretação:

Domínio: Todas as pedras

Fx: x rola

Gx: x cria musgo

Formalização: $\forall x \, (Fx \rightarrow \neg Gx)$

r) Nem tudo o que brilha é ouro.

Interpretação:

Domínio: as coisas que brilham

Fx: x é ouro

Formalização: $\exists x \, \neg Fx$

s) Não há mal que não venha por bem.

Interpretação:

Domínio: Todas as coisas

Fx: x é um mal

Gx: x vem por bem

Formalização: $\forall x \, (Fx \rightarrow Gx)$

t) As crianças são para ser vistas e não ouvidas.

Interpretação:

Domínio: Todas as pessoas

Fx: x é uma criança

Gx: x é para ser vista

Hx: x é para ser ouvida

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow (Gx \land \neg Hx))$

u) Todos os cretenses são mentirosos.

Interpretação:

Domínio: Todas as pessoas

Fx: x é cretense

Gx: x é mentiroso

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gx)$

v) Os pulhas conhecidos são melhores do que os desconhecidos.

Interpretação:

Domínio: Todas as pessoas

Fx: x é um pulha

Gx: x é conhecido

Hxy: x é melhor do que y

Formalização: $\forall x\ \forall y\ (((Fx \land Gx) \land (Fy \land \neg Gy)) \rightarrow Hxy)$

w) Só estás bem onde não estás.

Interpretação:

Domínio: Todas as pessoas

Fx: x está bem

Gxy: x está em y

Formalização: $\forall x\ \forall y\ (\neg Gxy \rightarrow Fx)$

x) Alguém ganha a lotaria todas as semanas.

Interpretação:

Domínio: as pessoas e as semanas

Fxy: x ganha a lotaria em y

Gx: x é uma semana

Formalização: $\forall x\ (Gx \rightarrow \exists y\ (Fyx))$ ou $\exists y\ \forall x\ (Gx \rightarrow Hyx)$

y) Todas as mães são mães de alguém.

Interpretação:

Domínio: todas as pessoas

Fx: x é mãe

Gxy: x é mãe de y

Formalização: $\forall x\ \exists y\ (Fx \rightarrow Gxy)$

z) Algumas pessoas amam os que não amam ninguém.

Interpretação:

Domínio: todas as pessoas

Fxy: x ama y

Formalização: $\exists x\ \forall y\ \forall z\ (\neg Fyz \rightarrow Fxy)$

pp. 154-155

1- a)

Interpretação:

Domínio: todas as pessoas vivas

Fx: x é estudante

Gx: x é pobre

Hx: x é bendito

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gx),\ \forall x\ (Gx \rightarrow Hx) \vdash \forall x\ (Fx \rightarrow Hx)$

Derivação:

Prem	1.	$\forall x\ (Fx \rightarrow Gx)$	
Prem	2.	$\forall x\ (Gx \rightarrow Hx)$	
1	3.	$Fa \rightarrow Ga$	1, E$\forall$
2	4.	$Ga \rightarrow Ha$	2, E$\forall$
1,2	5.	$Fa \rightarrow Ha$	3,4 RD: Silogismo Hipotético

1,2	6.	$\forall x\ (Fx \rightarrow Hx)$	5, I$\forall$

b) *Interpretação:*

Domínio: Todas as pessoas vivas

Fx: x é estudante

Gx: x é pobre

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gx) \vdash \neg\exists x\ (\neg Gx \wedge Fx)$

Derivação:

Prem	1.	$\forall x\ (Fx \rightarrow Gx)$	
1	2.	$Fa \rightarrow Ga$	1, E$\forall$
1	3.	$\neg Ga \rightarrow \neg Fa$	2, RD: Contraposição
1	4.	$\forall x\ (\neg Gx \rightarrow \neg Fx)$	3, I$\forall$
1	5.	$\forall x\ (Gx \vee \neg Fx)$	4, RD: Def. $\rightarrow$
1	6.	$\forall x\ \neg(\neg Gx \wedge Fx)$	5, RD: De Morgan
1	7.	$\neg\exists x\ (\neg Gx \wedge Fx)$	6, RD: Negação de $\exists$

c) *Interpretação:*

Domínio: Todas as pessoas

Fx: x é estudante do Balliol

Gx: x é simpático

n: Reagan

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gx), \neg Gn \vdash \neg Fn$

Derivação:

Prem	1.	$\forall x\ (Fx \rightarrow Gx)$,	
Prem	2.	$\neg Gn$	
1	3.	$Fn \rightarrow Gn$	1, E$\forall$
1,2	4.	$\neg Fn$	2,3 RD: Modus Tollens

d)

Argumento: Nenhum médico é fanático. O João é fanático. Logo, o João não é médico.

Interpretação:

Domínio: as pessoas vivas

Fx: x é médico

Gx: x é fanático

n: João

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow \neg Gx),\ Gn \vdash \neg Fn$

Derivação:

Prem	1.	$\forall x\ (Fx \rightarrow \neg Gx)$	
Prem	2.	Gn	
1	3.	$Fn \rightarrow \neg Gn$	1, E$\forall$
1,2	4.	$\neg Fn$	2,3 RD: Modus Tollens

Nota: O exercício usa um indexical, “tu”. Na lógica clássica não se admitem indexicais, pelo que é necessário interpretar a locução

"Tu és um médico" num dado contexto de uso em que o interlocutor em causa se chame "João".

e) *Interpretação:*

Domínio: as pessoas vivas

Fx: x é filósofo

Gx: x é louco

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gx) \vdash \forall x\ (\neg Gx \rightarrow \neg Fx)$

Derivação:

Prem	1.	$\forall x\ (Fx \rightarrow Gx)$	
1	2.	$Fa \rightarrow Ga$	1, E$\forall$
1	3.	$\neg Ga \rightarrow \neg Fa$	2, RD: Contraposição
1	4.	$\forall x\ (\neg Gx \rightarrow \neg Fx)$	3, I$\forall$

f) *Interpretação:*

Domínio: as pessoas

Fx: x é um filósofo

Gx: x é um político

Hxy: x é mais sábio do que y

m: Heidegger

n: Thatcher

Formalização: $\forall x\ \forall y\ ((Fx \wedge Gy) \rightarrow Hxy),\ Fm \wedge Gn \vdash Hmn$

Derivação:

Prem	1.	$\forall x\ \forall y\ ((Fx \land Gy) \rightarrow Hxy)$	
Prem	2.	$Fm \land Gn$	
1	3.	$\forall y\ ((Fm \land Gy) \rightarrow Hmy)$	1, E$\forall$
1	4.	$((Fm \land Gn) \rightarrow Hmn)$	3, E$\forall$
1,2	5.	Hmn	2,4 E$\rightarrow$

g) *Interpretação:*

Domínio: as pessoas vivas

Fx: x é australiano

Gx: x é norueguês

Hxy: x é mais alto do que y

n: Bruce

Formalização: $\forall x\ \forall y\ ((Fx \land Gy) \rightarrow Hxy),\ Fn \vdash \forall x\ (Gx \rightarrow Hnx)$

Derivação:

Prem	1.	$\forall x\ \forall y\ ((Fx \land Gy) \rightarrow Hxy)$	
Prem	2.	Fn	
1	3.	$\forall y\ ((Fn \land Gy) \rightarrow Hny)$	1, E$\forall$
1	4.	$(Fn \land Ga) \rightarrow Hna$	3, E$\forall$
Sup	5.	Ga	
2,5	6.	$Fn \land Ga$	2,5 I$\land$
1,2,5	7.	Hna	4,6 E$\rightarrow$

1,2	8.	$Ga \rightarrow Hna$	5–7 I$\rightarrow$
1,2	9.	$\forall x\ (Gx \rightarrow Hnx)$	8 I$\forall$

h) *Interpretação:*

Domínio: conjunto das pessoas vivas

Fx: x é pessoa

Gx: x é mortal

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gx) \vdash \forall x\ (\neg Gx \rightarrow \neg Fx)$

Derivação:

Prem	1.	$\forall x\ (Fx \rightarrow Gx)$	
1	2.	$Fa \rightarrow Ga$	1, E$\forall$
1	3.	$\neg Ga \rightarrow \neg Fa$	2, RD: Contraposição
1	4.	$\forall x\ (\neg Gx \rightarrow \neg Fx)$	3, I$\forall$

i) *Interpretação:*

Domínio: o conjunto das pessoas vivas

Fx: x é político

Gx: x é tolo

Hx: x é um filósofo

Formalização: $\exists x\ (Fx \wedge Gx), \forall x\ (Gx \rightarrow \neg Hx) \vdash \exists x\ (Fx \wedge \neg Hx)$

Derivação:

Prem	1.	$\exists x\ (Fx \wedge Gx)$	
Prem	2.	$\forall x\ (Gx \rightarrow \neg Hx)$	
Sup	3.	$Fa \wedge Ga$	
2	4.	$Ga \rightarrow \neg Ha$	2, E$\forall$
3	5.	Ga	3, E$\wedge$
2,3	6.	$\neg Ha$	4,5 E$\rightarrow$
3	7.	Fa	3, E$\wedge$
2,3	8.	$Fa \wedge \neg Ha$	6,7 I$\wedge$
2,3	9.	$\exists x\ (Fx \wedge \neg Hx)$	8, I$\exists$
1,2	10.	$\exists x\ (Fx \wedge \neg Hx)$	1,3–9, E$\exists$

j) *Interpretação:*

Domínio: o conjunto das pessoas vivas

Fx: x é político

Gx: x é tolo

Hx: x é falho de inteligência

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow (Gx \vee Hx)), \exists x\ (Fx \wedge \neg Hx) \vdash \exists x\ (Fx \wedge Gx)$

Derivação:

Prem	1.	$\forall x\ (Fx \rightarrow (Gx \vee Hx))$	
Prem	2.	$\exists x\ (Fx \wedge \neg Hx)$	
1	3.	$Fa \rightarrow (Ga \vee Ha)$	1, E$\forall$

Sup	4.	$Fa \wedge \neg Ha$	
4	5.	Fa	4, E$\wedge$
1,4	6.	$Ga \vee Ha$	3,5 E$\rightarrow$
4	7.	$\neg Ha$	4, E$\wedge$
1,4	8.	Ga	6,7 RD: Silogismo Disjuntivo
1,4	9.	$Fa \wedge Ga$	5,8 I$\wedge$
1,4	10.	$\exists x\ (Fx \wedge Gx)$	9, I$\exists$
1,2	11.	$\exists x\ (Fx \wedge Gx)$	2, 4–10, E$\exists$

K) *Interpretação:*

Domínio: o conjunto das pessoas vivas

Fx: x pensa

n: João

Formalização: $Fn, \forall x\ (Fx \rightarrow x{=}x) \vdash \exists x\ x{=}n$

Derivação:

Prem	1.	Fn	
Prem	2.	$\forall x\ (Fx \rightarrow x{=}x)$	
2	3.	$Fn \rightarrow n{=}n$	2, E$\forall$
1,2	4.	$n{=}n$	1,3 E$\rightarrow$
1,2	5.	$\exists x\ x{=}n$	4, I$\exists$

Nota: Na lógica clássica, a existência não é um predicado como “x pensa” ou “x é alto”. Não podemos por isso formalizar “Tudo o que pensa existe" por $\forall x\ (Px \rightarrow Ex)$. Por isso, o mais próximo a que podemos chegar é limitarmo-nos a declarar que se x pensa, então é auto-idêntico. Evidentemente, isto não capta de fato a idéia original. Por outro lado, e pela mesma razão, não podemos formalizar "O João existe" como En. O mais próximo a que podemos chegar é dizer que existe algo que é idêntico ao João. Isto poderá parecer que capta melhor a afirmação de que o João existe, mas é desadequado por outra razão: é que na lógica clássica os nomes denotam necessariamente, pelo que a fórmula $\exists x\ x=n$ representa uma verdade lógica. Assim, este exercício tem por única finalidade chamar a atenção para alguns aspectos centrais da lógica, mostrando também uma das razões pelas quais além da lógica clássica há hoje em dia outras lógicas: para superar o que é visto como limitações da lógica clássica.

l) *Interpretação:*

Domínio: o conjunto das pessoas vivas

Fx: x é manso

Gx: x herdará a terra

Hx: x é estudante do Balliol

Formalização: $\forall x\ (Fx \rightarrow Gx),\ \forall x\ (Hx \rightarrow \neg Fx) \vdash \forall x\ (Hx \rightarrow \neg Gx)$

O argumento é inválido.